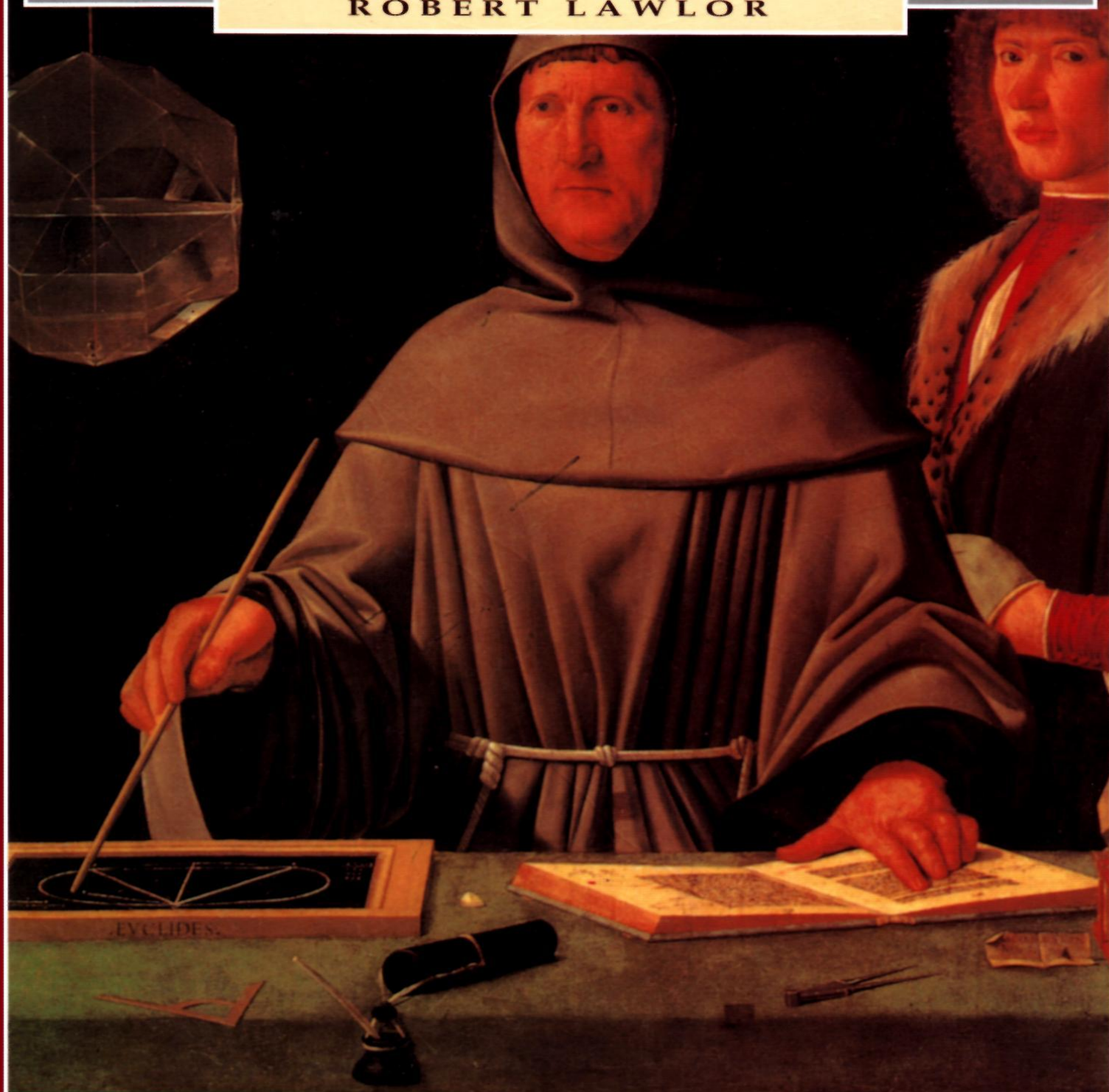


MITOS • DEUSES • MISTÉRIOS

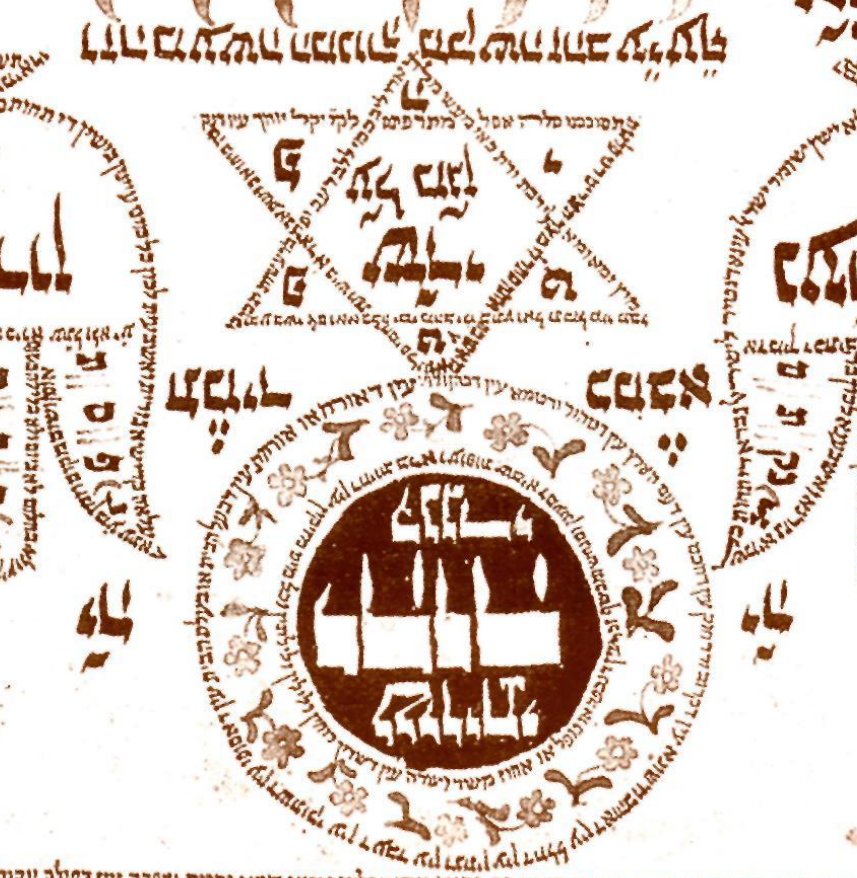
GEOMETRIA SAGRADA

ROBERT LAWLOR



edições
del Prado

PDL
Projeto Digitalização de Livros
www.getalibrio.com.br



MITOS • DEUSES • MISTÉRIOS

**GEOMETRIA
SAGRADA**

ROBERT LAWLOR

*Filosofia e
Prática*

Para R.A.Schwaller de Lubicz e Lucie Lamy

Direção editorial da Série: Ángel Lucía
e Juan María Martínez

Coordenação editorial da Série: Carlos
Ponce e Juan Ramón Azaola

Direção técnica da Série:
Eduardo Peñalba

Coordenação técnica da Série:
Rolando Dias

Edição: Luis G. Martin. Íñigo Castro e Lourdes
Lucía

Fotografias e documentação gráfica: José María Sáenz Almeida, Marta Carranza, Juan
García Costoso e Nano Canas

Diagramas: Melvyn
Bernstein, A.I.A.

Subscrições:
Francisco Perales

Texto: Robert
Lawlor

Versão Castelhana: Maria
José Garcia Ripoll

Versão Brasileira:
GVS

Este livro é uma compilação de um conjunto de seminários realizados em Nova York pela Associação Lindisfarne de
Crestone. Colorado.

É rigorosamente proibida, sem a autorização escrita dos titulares do *Copyright*, sob pena de se incorrer nas sanções estabelecidas pelas
leis, a reprodução total ou parcial desta obra. por qualquer meio ou processo, incluindo a reprografia e o tratamento informático, bem
como a distribuição de exemplares da mesma através de aluguel ou empréstimo público.

Publicado de acordo com Thames and Hudson. Londres.

Título Original: Sacred Geometry

© Thames and Hudson Ltd.. Londres, 1982

© Da tradução: Maria José Garcia Ripoll

© Da versão catelhana: Editorial Debate S.A. - O'Donnell, 19 - 28009

© Desta edição: Edições del Prado, 1996 - Cea Bermúdez 39-6° - 28003 MADRID - Espanha

I.S.B.N.: 84-7838-784-6 Depósito

Legal: M. 39523-1996

Impresso em.... Dezembro 1996 Impresso por:.... Gráficas

Almudena, *Printed in (Brazil)* - Impresso na (o) *Espanha (Brasil)*

Distribuidores exclusivos para todo o Brasil: Fernando Chinaglia Distribuidora, S.A. Rua Teodoro
da Silva, 907 - Rio de Janeiro

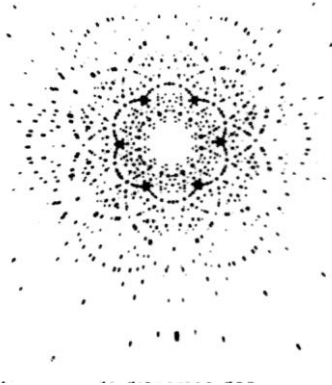
Distribuição para Portugal: Midesa, Rua Dr. José Espírito Santo - Lote 1A, 1900 Lisboa

As responsabilidades por qualquer descontinuidade das coleções serão única e exclusivamente
do editor, sendo a Distribuidora uma mera prestadora de serviços.
O editor reserva-se o direito de modificar a ordem e periodicidade ou preço de venda si as circunstâncias
do mercado assim chegarem a exigir.

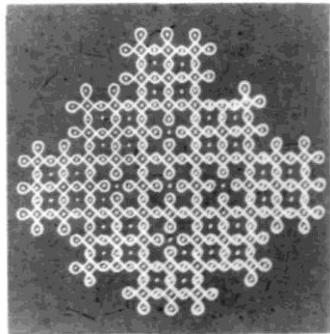
Sumário

INTRODUÇÃO	4
Capa	
I A prática da geometria	6
II A geometria sagrada: metáfora da ordem universal	16
III o ato primeiro: a divisão da unidade	23
<i>Caderno de prática 1: o quadrado cortado pela sua diagonal; $\sqrt{2}$</i>	25
<i>Caderno de práticas 2: a $\sqrt{3}$ e a "Vesica Piscis"</i>	32
<i>Caderno de práticas 3: a $\sqrt{5}$</i>	36
IV A alternância	38
<i>Caderno de práticas 4: a alternância</i>	40
V A proporção e a "secção áurea"	44
<i>Caderno de práticas 5: a proporção áurea</i>	48
VI A expansão gnomônica e a criação de espirais	65
<i>Caderno de práticas 6: as espirais gnomônicas</i>	67
VII A quadratura do círculo	74
<i>Caderno de práticas 7: quadrando o círculo</i>	74
VIII A mediação: a geometria se torna música	80
<i>Caderno de práticas 8: geometria e música</i>	83
IX Anthropos	90
X Gênese dos volumes cósmicos	96
<i>Caderno de práticas 9: os sólidos platônicos</i>	98
Bibliografia	110
Agradecimentos	111

Introdução



Esquema de dispersão dos raios X no berilo, que indica como a disposição dos intervalos ao redor do nóculo central se assemelha muito à disposição dos harmônicos parciais, relativamente ao tom fundamental.



No sul da Índia, as mulheres desenham com pó de giz estes desenhos geométricos denominados *kolams*, a cada manhã à porta de sua casa, para invocar o espírito da ordem e da harmonia e atraí-lo para seu lar.

Atualmente, estamos presenciando no campo das ciências uma tendência geral para o abandono da presuposição de que a natureza fundamental da matéria pode ser estudada a partir do ponto de vista da substância (partículas, quantum), em favor do conceito segundo o qual a natureza fundamental do mundo material só pode ser conhecida através do estudo da organização subjacente de suas formas ou ondas.

Tanto os nossos órgãos de percepção, como o mundo dos fenômenos que percebemos parecem compreender-se melhor como sistemas de esquemas puros, ou como estruturas geométricas de forma e proporção. Daí que, quando muitas das culturas antigas optaram por examinar a realidade através das metáforas da geometria e da música (a música enquanto estudo das leis das proporções da frequência dos sons) encontravam-se muito próximas das posições da nossa ciência contemporânea.

O professor Amstutz, do Instituto de Mineralogia da Universidade de Heidelberg afirmou recentemente:

As ondas entrelaçadas da matéria estão separadas por intervalos que correspondem aos calados de uma harpa ou de uma guitarra, com seqüências análogas a acordes harmônicos a partir de um tom básico. A ciência da harmonia musical é, segundo estes termos, praticamente idêntica à ciência da simetria dos cristais.

O enfoque da moderna teoria dos campos de forças e da mecânica das ondas corresponde à antiga visão geométrica-harmônica da ordem universal como configuração de esquemas de ondas entrelaçadas. Bertrand Russel, que vislumbrou o profundo valor da base musical e geométrica do que hoje conhecemos como matemáticas pitagóricas e teoria numérica, também sustentava essa opinião em sua *Análise da matéria*: "O que percebemos como diferentes qualidades de matéria — dizia — são na realidade diferenças na sua periodicidade."

Na biologia, o papel fundamental da geometria e da proporção torna-se ainda mais evidente se considerarmos que minuto a minuto, ano após ano e *eon* depois de *eon*, cada átomo de cada molécula, tanto das substâncias vivas, como das inorgânicas, está mudando e é substituído por outro. Cada um de nós, daqui a cinco ou sete anos, terá um corpo totalmente novo, do primeiro ao último átomo. Perante mudança tão constante, onde podemos encontrar o fundamento de tudo aquilo que parece ser constante e estável? Biologicamente, podemos recorrer a nossas idéias sobre os códigos genéticos como veículos de reprodução e continuidade, mas esta codificação não reside nos átomos concretos (isto é, no carbono, hidrogênio, oxigênio e nitrogênio) que compõem a substância dos genes, o DNA; estes também estão sujeitos a uma contínua mudança e substituição. Portanto, o veículo da continuidade não é apenas a composição molecular do DNA, mas também sua forma helicoidal. Esta forma é responsável pelo poder reprodutor do DNA. A hélice, que é um tipo especial do grupo das espirais regulares, é o resultado de uma série de proporções geométricas fixas, como veremos detalhadamente mais adiante. Pode entender-se que tais proporções existem *a priori*, sem nenhum equivalente material, como relações geométricas abstratas. A arquitetura da existência corporal é determinada por um mundo invisível e imaterial de formas puras e geométricas.

A biologia moderna reconhece cada vez mais a importância da forma e a concatenação entre as poucas substâncias que compõem o corpo molecular dos organismos vivos. As plantas, por exemplo, podem levar a cabo o processo da fotossíntese graças somente ao fato do carbono, o hidrogênio, o nitrogênio e o magnésio das moléculas da clorofila estarem dispostos num complexo desenho simétrico de doze arestas, parecido com uma margarida. Ao que parece, estes mesmos componentes numa disposição diferente

não podem transformar a energia das radiações de luz em substância viva. No pensamento mitológico, o doze aparece com freqüência como número da mãe universal da vida, e assim este símbolo de doze partes é necessário inclusive ao nível das moléculas.

A especialização das células no tecido corporal é determinado em parte pela posição especial de cada célula em relação às demais da sua zona, assim como por uma imagem informativa da totalidade a que pertence. Esta consciência especial ao nível molecular poderia ser considerada como a geometria inata da vida.

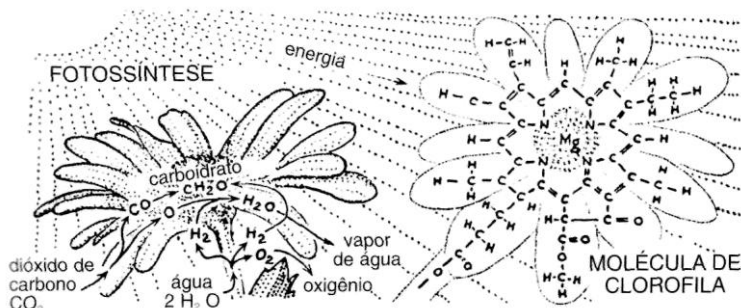
Todos os nossos órgãos sensoriais funcionam em resposta às diferenças geométricas ou proporcionais — e não quantitativas — inerentes aos estímulos que recebem. Por exemplo, quando aspiramos o perfume de uma rosa, não estamos respondendo às substâncias químicas de seu perfume, mas antes, à geometria de sua construção molecular. Isto é, qualquer substância química combinada segundo a mesma geometria que a da rosa terá o mesmo perfume agradável que o dela. De forma similar, não ouvimos simples diferenças quantitativas na freqüência das ondas sonoras, mas antes as diferenças proporcionais e logarítmicas entre freqüências, sendo a expansão logarítmica a base das espirais geométricas.

Nosso sentido da vida difere de nosso sentido do tato apenas porque os nervos da retina não estão sintonizados na mesma ordem de freqüências dos nervos que percorrem nossa pele. Se nossas sensibilidades tácteis respondessem às mesmas freqüências que os nossos olhos, todos os objetos materiais se perceberiam como projeções etéreas de luzes e sombras. Nossas diferentes faculdades perceptivas, tais como a visão, o ouvido, o tato e o olfato, são pois o resultado de diferentes reduções proporcionadas de um vasto espectro de freqüências vibratórias. Podemos entender essas relações proporcionais como uma espécie de geometria da percepção.

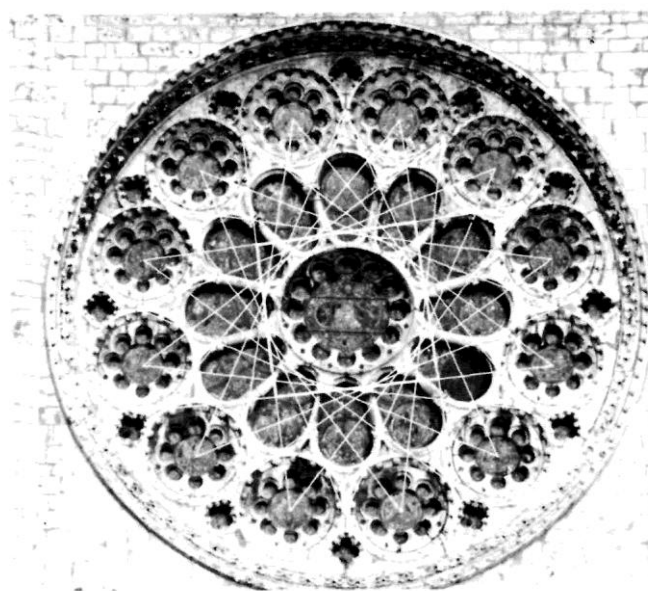
Com nossa organização corporal em cinco ou mais níveis perceptivos diferentes, parece haver pouco em comum entre o espaço visual, o espaço auditivo e o espaço tátil e, provavelmente, existe ainda menos conexão entre estes espaços fisiológicos e a métrica pura e abstrata do espaço geométrico, para não falar dos diferentes níveis de consciência do espaço psicológico. No entanto, todos estes modos de existência espacial convergem no binômio mente/corpo humanos. A consciência humana possui a capacidade única de perceber a transparência entre as relações absolutas e permanentes, contidas nas formas insubstanciais de uma ordem geométrica, e as formas transitórias e mutáveis de nosso mundo real. O conteúdo de nossa experiência procede de uma arquitetura geométrica imaterial e abstrata que é composta de ondas harmônicas de energia, nós de relações e formas melódicas que brotam do reino eterno da proporção geométrica.



Do mundo aparente, ao subatômico, todas as formas não são outra coisa senão envolturas para os desenhos, intervalos e relações geométricas.



Aqui encontramos uma simetria de doze eixos como doadora de vida, ou matriz que transforma a luz no espectro básico da substância orgânica. Isto se reproduz simbolicamente na rosácea, que transforma a luz num espectro de cores.



I. A prática da geometria

"O que é Deus? É longitude, largura, altura e profundidade"

São Bernardo de Claraval, *De la consideración*

"Geometria" significa "medida da terra". No Antigo Egito, do qual a Grécia herdou este estudo, o Nilo transbordava nas suas margens cada ano, alagando a terra e traçando a metódica linha das parcelas e zonas de cultivos. Esta inundação anual simbolizava para os egípcios o retomo cíclico do primigênio caos aquoso, e quando as águas se retiravam, começava a tarefa de redefinir e restabelecer as lindes. Este trabalho se chamava *geometria* e era considerado como o restabelecimento do princípio da ordem e da lei sobre a terra. A cada ano, cada zona medida era um pouco diferente. A ordem humana era mutável e isto se refletia no ordenamento da terra. O astrônomo do templo poderia dizer que certas configurações celestes tinham mudado e que, portanto, a orientação ou o posicionamento de um templo deveria ajustar-se a isto. Assim, o traçado das parcelas sobre a terra tinha, para os egípcios, uma dimensão tanto metafísica, como física e social. Esta atividade de "medir a terra" tornou-se a base de uma ciência das leis naturais, tais como se encarnam nas formas arquetípicas do círculo, do quadrado e do triângulo.

A geometria é o estudo da *ordem espacial* mediante a medição das relações entre as formas. A geometria e a aritmética, com a astronomia, a ciência da *ordem temporal* através da observação dos movimentos cíclicos, constituíam as principais disciplinas intelectuais da educação clássica. O quarto elemento deste importante programa em quatro partes, o *quadrivium*, era o estudo da harmonia e da música. As leis das harmonias simples eram consideradas leis universais que definiam a relação e o intercâmbio entre os movimentos temporais e acontecimentos celestes por um lado, e a ordem espacial e o desenvolvimento sobre a terra, por outro lado.

O objetivo implícito desta educação era permitir que a mente se tornasse um canal, através do qual a "terra" (o nível da forma manifestada) poderia receber o abstrato, a vida cósmica dos céus. A prática da geometria era uma aproximação à maneira como o universo se ordena e se sustenta. Os diagramas geométricos podem ser contemplados como momentos de imobilidade que revelam uma contínua e intemporal ação universal, geralmente oculta à nossa percepção sensorial. Desta forma, uma atividade matemática aparentemente tão comum pode tornar-se numa disciplina para o desenvolvimento da intuição intelectual e espiritual.

Platão considerava a geometria e os números como a mais concisa e essencial, e portanto ideal, das linguagens filosóficas. Mas não é senão em virtude de seu funcionamento num certo "nível" de realidade que a geometria e os números podem se tornar veículo para a contemplação filosófica. A filosofia grega definia esta noção de "níveis" — tão útil no nosso pensamento — distinguindo o "tipo" do "arquétipo". Segundo as indicações que podemos ver nos relevos murais egípcios, alocados em três registros — o superior, o médio e o inferior — pode definir-se um terceiro nível "ectipo", situado entre o "arquétipo" e o "tipo".

Para verificar como funciona cada um deles, tomemos como exemplo algo tangível, como a brida de um cavalo. Esta brida pode ter um determinado número de formas, materiais, tamanhos, cores, aplicações, e todas elas são bridas. A brida assim considerada é um tipo: existe, é diversificada e variável. Mas em outro nível, subsiste a idéia ou a forma da brida, o modelo de todas as bridas. Esta idéia não é manifestada, pura ou formal, e este é o ectipo. Acima deste ainda está o nível arquétipo, que é o do *princípio ou poder-atividade*, isto é, um *processo* que a forma ectípica e o exemplo do tipo de brida apenas *representam*. O arquétipo tem a ver com os processos universais ou modelos dinâmicos que podem ser considerados independentemente de qualquer estrutura ou forma material. O pensamento moderno tem difícil acesso ao conceito de arquétipo, porque as línguas européias requerem que os verbos ou a ação se associem a substantivos. Assim, não dispomos de formas lingüísticas aptas a imaginar um processo ou uma atividade que não tenha um veículo material. As culturas antigas simbolizavam esses processos

A geometria como prática contemplativa é personificada por uma elegante e refinada dama, pois as funções geométricas, enquanto atividade mental intuitiva, sintetizadora e criativa, mas também exata, associa-se ao princípio feminino. Mas quando estas leis geométricas vêm a ser aplicadas na tecnologia da vida diária, são representadas como princípio masculino e racional: a geometria contemplativa se transforma em geometria prática.

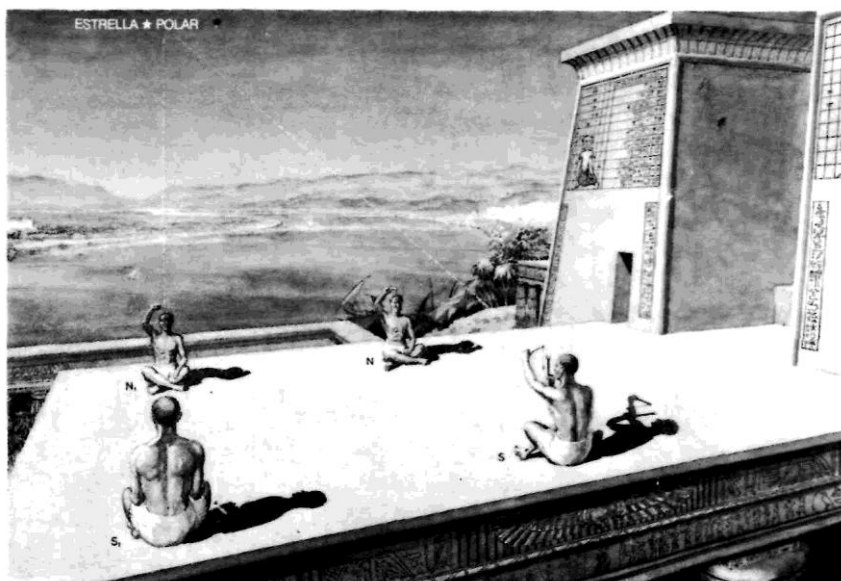


A *Aritmética* também é personificada por uma mulher, mas não tão ilustre e nobre em seus adereços como a *Geometria*, o que indica talvez simbolicamente que a geometria era considerada um nível superior de conhecimento. Em suas pernas (que simbolizam a função generativa) aparecem duas progressões geométricas. A primeira série, 1,2,4,8, desce pela perna esquerda, associando os números pares com o lado feminino, passivo, do corpo. A segunda série, 1,3,9,27 desce pela perna direita, associando os números ímpares com o lado masculino e ativo; uma associação que remonta a Pitágoras, que denominou os números ímpares como masculinos e os pares, femininos. Os gregos chamaram estas duas séries de *Lambda*, e Platão na sua obra *Timeo* as utiliza para descrever a alma do mundo (veja-se a página 83). A esquerda da mulher, está sentado Pitágoras utilizando um ábaco para seus cálculos. Neste sistema, a notação dos números continua dependendo de sua disposição espacial. Boécio está sentado à direita, utilizando a numeração algébrica para um moderno sistema de cálculo em que a notação numérica se transformou num sistema abstrato, separado e independente de sua origem geométrica.

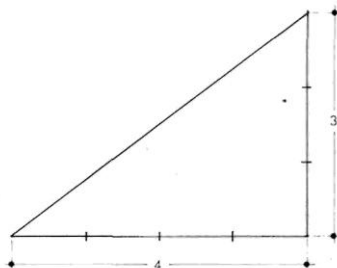


(Em baixo) Atribui-se a Pitágoras ter sido o primeiro a estabelecer a relação entre os quocientes numéricos e as frequências do som. Aqui, ele aparece experimentando sons de sinos, vasilhas com água, cordas esticadas e flautas de diferentes tamanhos; seu homólogo hebreu, Jubal, utiliza martelos de pesos diferentes sobre uma bigorna. Todas as proporções numéricas para determinar os sons correlatos a uma escala musical fazem parte ou são múltiplos dos números das progressões da tabela da *Lambda*.





Os antigos astrônomos designavam o movimento e a posição dos corpos celestes mediante a notação angular. As diferentes posições angulares do sol, da lua, dos planetas e das estrelas estavam relacionadas com as mudanças cíclicas do mundo natural, tal como as fases da lua, das estações, das marés, o crescimento das plantas, a fertilidade humana e animal, etc. Era o ângulo o que especificava as influências das configurações celestes nos acontecimentos da Terra. (Neste sentido, podemos advertir a raiz comum das palavras *ângulo* e *anjo*). Atualmente a recente ciência da heliobiologia verifica que a posição angular da lua e dos planetas afeta às radiações eletromagnéticas e cósmicas que têm um impacto na Terra, e, conseqüentemente as flutuações nesses campos afetam a muitos processos biológicos.



Na trigonometria antiga, um ângulo representava uma relação entre dois números inteiros. Neste exemplo, o ângulo da esquerda é uma expressão do quociente entre 3 e 4, e com este sistema espacial podem se relacionar facilmente as coordenadas com as frequências de som, tais como a quarta musical (Veja-se a página 85)

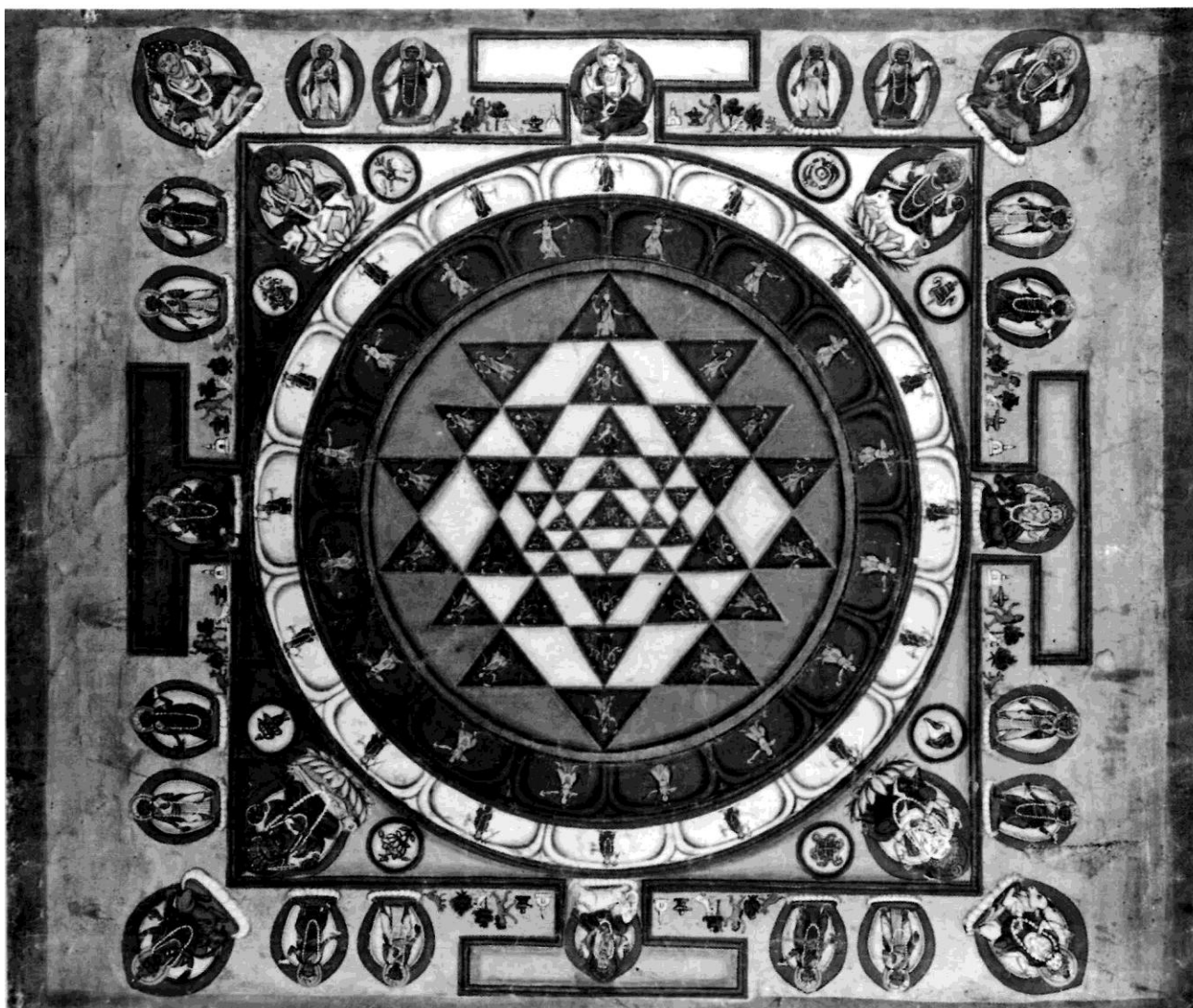
processos puros e eternos como deuses, isto é, poderes ou linhas de ação, através das quais o espírito se concretizava em energia e matéria. A brida se relaciona, pois, com a atividade arquetípica mediante a *função de alavanca*: o princípio de que *as energias são controladas, especificadas e modificadas mediante os efeitos da angulação*.

Assim, verificamos com frequência que o ângulo — fundamentalmente uma relação entre dois números — teria sido utilizado no simbolismo antigo para designar um grupo de relações fixas que controlam sistemas complexos ou modelos interativos. Desta forma, os arquétipos ou deuses representavam funções dinâmicas que vinculavam entre si os mundos superiores da interação e o processo permanente, com o mundo real dos objetos concretos. Verificamos, por exemplo, que um ângulo de 60° tem propriedades estruturais e energéticas muito diferentes das de um ângulo de 90° ou de 45°. Da mesma forma, a ótica geométrica revela que cada substância reflete a luz de forma característica, em seu próprio ângulo individual, e é este ângulo que nos mostra nossa definição mais precisa da substância. Além disto, os ângulos dos padrões de união entre as moléculas determinam em grande parte as qualidades das substâncias.

No caso antes visto da brida, esta relação ou jogo angular se manifesta na relação entre o bocal do freio e a mandíbula do cavalo, ambos controlados pela relação angular entre o antebraço e o bíceps do cavaleiro. Partindo do nível do arquétipo ou idéia ativa, o princípio retirado do exemplo da brida pode ser aplicado metaforicamente a muitos campos da experiência humana. Por exemplo, quando São Paulo descreve o processo de autodisciplina, mediante o qual uma intencionalidade superior procura controlar a natureza "animal" inferior, diz que a partir do momento em que alguém é capaz de pôr freio à boca, já pode dominar o resto da natureza. Mas enquanto a nível arquetípico esta imagem pode ser metafísica e poeticamente expansiva, também encontra sua representação geométrica exata no *ângulo*. É o ângulo exato do braço em relação com o ângulo da brida o que controla a energia do cavalo.

Funcionando, portanto, a nível arquetípico, a geometria e os números descrevem energias fundamentais e casuais em sua dança entretecida e eterna. É este modo de ver que subjaz sob a expressão de sistemas cosmológicos e configurações geométricas. Por exemplo, o mais reverenciado de todos os diagramas tântricos, o *Sri Yantra*, representa todas as funções necessárias ativas no universo, mediante nove triângulos entrelaçados. Desaparecer num diagrama geométrico desta índole é entrar numa espécie de contemplação filosófica.

Para Platão, a realidade consistia em essências puras ou idéias arquetípicas, das quais os fenômenos que percebemos são apenas pálidos reflexos (a palavra grega "idéia" traduz-se



também como "forma"). Estas idéias não podem ser percebidas pelos sentidos, mas apenas pela razão pura. A geometria era a linguagem que recomendava Platão como o modelo mais claro para descrever esse reino metafísico.

"Acaso não sabeis que (os geômetras) utilizam as formas visíveis e falam delas, embora não se trate delas, mas destas coisas de que são um reflexo, e estudam o quadrado em si e a diagonal em si, e não a imagem deles que desenham? E assim sucessivamente em todos os casos... O que realmente procuram é poder vislumbrar estas realidades que apenas podem ser contempladas pela mente."

PLATÃO, *A República*, VII.

O platônico Thomas Taylor considera nosso conhecimento da geometria como inato em nós próprios, adquirido antes de nascer, quando nossas almas estavam em contato com o reino do ser ideal.

"Todas as formas matemáticas têm uma primeira permanência na alma; de tal modo que antes do sensível, ela contém números com sua dinâmica própria; figuras vitais antes das aparentes; razões harmônicas antes de coisas harmonizadas e círculos invisíveis antes dos corpos que se movem em círculos."

THOMAS TAYLOR.

Platão o demonstra em *Ménon*, onde faz com que um jovem servente sem instrução resolva intuitivamente o problema geométrico de duplicar o quadrado.

O Sri Yantra se desenha a partir de nove triângulos, quatro com a ponta para baixo e cinco com a ponta para cima, formando assim 42 (6 X 7) fragmentos triangulares ao redor de um triângulo central. Provavelmente, não exista nenhuma outra série de triângulos entrelaçados com uma integração perfeita.

Para o espírito humano, confinado num universo em movimento, na confusão de um perpétuo fluxo de acontecimentos, circunstâncias e desconcerto interno, procurar a verdade sempre significou procurar o imutável, chame-se a isto idéias, formas, arquétipos, números ou deuses. Entrar num templo construído em sua totalidade conforme as proporções geométricas invariáveis é entrar no reino da verdade eterna. Diz Thomas Taylor: "A geometria permite ao seu devoto, como uma ponte, franquear a obscuridade da natureza material, como se fosse um mar obscuro, para as regiões luminosas da realidade perfeita." Contudo, não se trata em absoluto de um acontecimento automático que ocorra apenas pegando um livro de geometria. Como diz Platão, o logo da alma deve ser gradualmente reavivado pelo esforço:

"Que prazer me dais, os que pareceis preocupados porque eu vos imponha estudos pouco práticos. Não é próprio unicamente dos espíritos medíocres, pois todos os homens têm dificuldades para se persuadir de que é através destes estudos, utilizados como instrumentos, como se purifica o olho da alma, e como se propicia que um novo fogo arda nesse órgão que estava obscurecido e como extinguido pelas sombras de outras ciências, um órgão mais importante de conservar do que dez mil olhos, pois é o único com o qual podemos contemplar a verdade."

A República, VII

(citada por Teón de Esmirna — século II — em sua obra *Matemáticas úteis para entender Platão*)

A geometria trata da forma pura, e a geometria filosófica reconstrói o desenvolvimento de cada forma a partir de outra anterior. É uma maneira de tornar visível o mistério criativo essencial. A passagem da criação à procriação, da idéia pura, formal e não manifestada para o "aqui em baixo", o mundo que surge desse ato original divino pode ser tratado mediante a geometria, e ser experimentado através da prática da geometria; este é o propósito dos "Cadernos práticos" deste livro.

Inseparável deste processo é o conceito do número e, como veremos, para os pitagóricos, o número e a forma a nível ideal eram um só. Porém neste contexto, o número deve ser entendido de maneira especial. Quando Pitágoras dizia: "Tudo está ordenado ao redor do número", não pensava nos números em sentido enumerativo ordinário. Além da simples *quantidade*, a nível ideal os números estão impregnados por uma *qualidade*, de tal maneira que a "dualidade", a "trindade" ou a "tétrada", por exemplo, não são simples compostos de 2, 3, 4 ou 6 unidades, mas sim um todo ou uma unidade em si mesmas, cada uma delas com suas correspondentes propriedades. O "dois", por exemplo, considera-se uma essência original da qual procede e em que se fundamenta na sua realidade o *poder da dualidade*.

R.A. Schwaller de Lubicz propõe uma analogia mediante a qual se pode entender este sentido universal e arquetípico do número. Uma esfera giratória é-nos apresentada com a noção de um eixo. Imaginemos este eixo como uma linha ideal ou imaginária que atravessa a esfera. Não possui existência objetiva, e contudo não podemos

No século XII, a arquitetura da ordem cisterciense obtém sua beleza visual mediante desenhos que se ajustam ao sistema proporcional da harmonia musical. Muitas das abadias daquele período eram conchas acústicas que transformavam um coro humano em música celestial. São Bernardo de Claraval, que inspirou esta arquitetura, disse a respeito da sua concepção: "Não deve haver decoração, apenas proporção."





Aqui se mostra Cristo utilizando um compasso para reconstituir a criação do universo a partir do caos primordial. Este ícone se pode entender também como uma imagem da auto-criação individual, pois aqui, como em muitas representações medievais de Cristo, o simbolismo tântrico é evidente. Cristo segura o compasso com a mão sobre o centro vital chamado a *chakra* do coração, e partindo deste centro organiza o tumulto das energias vitais contidas nos *chakras* inferiores, indicadas no corpo mediante os centros no umbigo e nos órgãos genitais. A geometria é simbolizada aqui por sua vez no sentido individual e universal e enquanto instrumento, mediante o qual o reino arquetípico superior transmite ordem e harmonia ao mundo vital e ao energético.

senão estar convencidos da sua realidade; e para determinar qualquer coisa relacionada com a esfera, tal como sua inclinação ou sua velocidade de rotação, devemos nos referir a este eixo imaginário. O número em seu sentido enumerativo corresponde às medidas e movimentos da superfície exterior da esfera, enquanto o aspecto universal do número é análogo ao princípio imóvel, não manifesto nem funcional de seu eixo.

Levemos agora nossa analogia ao plano bidimensional. Considerando um círculo e um quadrado e dando o valor 1 ao diâmetro do círculo e também ao lado do quadrado, então a diagonal do quadrado sempre será (e esta é uma lei invariável) um número "incomensurável" ou "irracional". Dizemos que este número pode se prolongar num número infinito de decimais sem nunca atingir uma resolução. No caso da diagonal do quadrado, esse decimal é 1,4142..., e se denomina raiz quadrada de dois ou $\sqrt{2}$. Com o círculo, se dermos o valor de 1 a seu diâmetro, a circunferência será sempre do tipo incomensurável, 3,1416...que conhecemos como o símbolo grego π , pi.

O princípio continua o mesmo no caso inverso: se damos o valor fixo e racional

1 à diagonal do quadrado e à circunferência do círculo, então o lado do quadrado e o raio do círculo tornam-se do tipo incomensurável ou "irracional": $1/\sqrt{2}$ e $1/\pi$.

É exatamente neste ponto onde se separam as matemáticas quantificadas e a geometria, porque numericamente nunca poderemos conhecer exatamente a diagonal do quadrado ou a circunferência do círculo. Claro, podemos arredondar depois de um dado número de decimais e tratar estes números como qualquer outro número, contudo nunca poderemos reduzi-los a uma quantidade. Em geometria, contudo, a diagonal e a circunferência, consideradas no contexto da *relação formal* (a diagonal relativamente ao lado, a circunferência relativamente ao diâmetro) são realidades perfeitamente identificáveis e evidentes em si mesmas: $1:\sqrt{2}$ e $1:\pi$. O número se considera como uma *relação formal*, e este tipo de relação numérica se denomina *função*. A raiz quadrada de 2 é o número funcional do quadrado, e pi é o número funcional do círculo. A geometria filosófica —e por conseguinte a arte e a arquitetura sacras— têm muito a ver com essas funções "irracionais", pela simples razão de que demonstram graficamente um nível de experiência que é universal e invariável.

As funções irracionais (que consideraremos mais exatamente como supra-rationais) são a chave que abre a porta de uma realidade superior do número. Demonstram que o número é acima de tudo uma relação: quaisquer que sejam as quantidades que se apliquem ao lado e ao diâmetro, a relação continuará sendo invariável, já que na essência, este aspecto funcional do número não é grande, nem pequeno, nem infinito ou finito: é universal. Assim, no conceito de número há um poder definido, finito e particularizante, e também um poder sintetizador universal. A um, poderia se denominar o aspecto exotérico ou exterior do número; e ao outro, o aspecto funcional, esotérico ou interno.

Vejamos os quatro primeiros números primários por esta ótica.

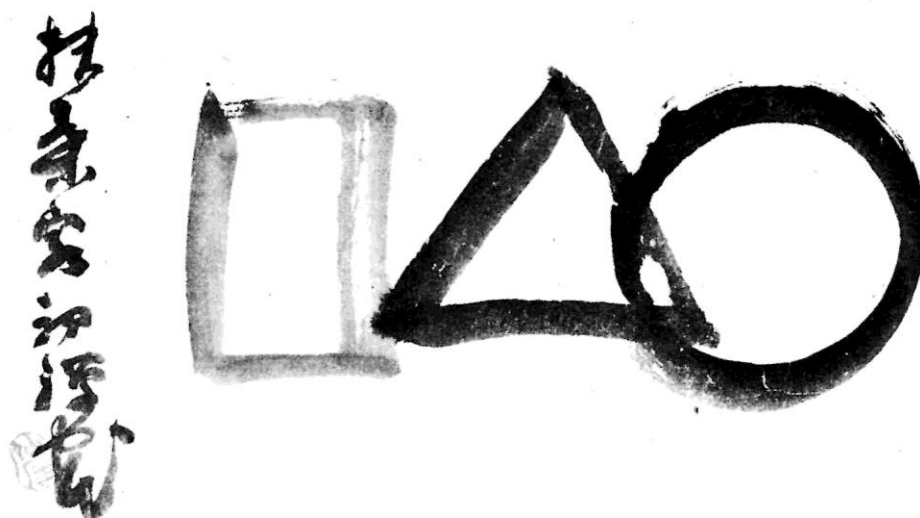
O número UM pode se supor que defina uma quantidade: por exemplo, uma maçã. Mas em outro sentido, representa perfeitamente o princípio da unidade absoluta, e como tal foi freqüentemente utilizado, como o símbolo que representa Deus. Enquanto manifestação formal, num sentido pode representar um ponto — foi-lhe dado o nome de número "pontual", o *hindu* ou semente do *mandala* (símbolo gráfico do universo) hindu — e, em outro sentido, pode representar o círculo perfeito.

DOIS é uma quantidade, mas, simbolicamente, representa, como já temos visto, o princípio da dualidade, o poder da multiplicidade. Ao mesmo tempo, tem seu sentido formal na representação de uma linha, na medida em que dois pontos definem uma linha.

TRÊS é uma quantidade, mas como princípio, representa a trindade, um conceito vital que veremos mais adiante. Seu sentido formal é o do triângulo, que é formado por três pontos. Com o três, dá-se uma transição qualitativa dos elementos abstratos do ponto e da linha ao estado tangível e mensurável denominado *superfície*. Na Índia, o triângulo era chamado a Mãe, pois é a membrana ou canal de nascimento através do qual todos os poderes transcendentais da unidade e sua divisão inicial numa polaridade devem passar para entrar no reino manifesto da superfície. O triângulo atua como mãe da forma.

Mas três é apenas um princípio da criação, que forma a passagem entre os reinos transcendente e manifesto, enquanto o QUATRO representa pelo menos "a primeira coisa nascida", o mundo da natureza, porque é o produto do processo procriador, isto é, a multiplicação $2 \times 2 = 4$. Como forma, quatro é o quadrado e representa a materialização.

A universalidade do número pode ser vista em outro contexto mais físico. Sabemos pela física moderna que desde a gravidade até ao eletromagnetismo, passando pela luz, o calor e inclusive o que acreditamos ser matéria sólida em si, a totalidade do universo perceptível é composta por vibrações, percebidas por nós como fenômenos de ondas. As ondas são padrões puros temporais, isto é, configurações dinâmicas compostas de amplitude, intervalo e freqüência, e apenas podem ser definidas e entendidas por nós através do número. Assim, todo o nosso universo é redutível ao número. Todo o corpo vivo vibra



Este desenho caligráfico zen japonês representa harmoniosamente a "criação". mediante a simples progressão da unidade do círculo, passando pelo triângulo, até à forma manifesta do quadrado.

fisicamente, toda a matéria elementar ou unanizada vibra molecular ou atomicamente, e todo o corpo vibrante emite um som. O estudo do som, tal como o intuíram os antigos, proporciona uma chave explicativa para a compreensão do universo.

Temos observado já que os antigos conferiam grande importância ao estudo da harmonia [musical], relacionado com o estudo das matemáticas e da geometria. A origem desta tradição está geralmente associada a Pitágoras (560-490 a.C.) e sua escola, mas Pitágoras pode ser considerado como uma janela através da qual podemos vislumbrar a qualidade do mundo intelectual de uma tradição mais antiga: a do Próximo e a do Extremo Oriente. Nesta linha de pensamento, o som de uma oitava (uma oitava é, por exemplo, dois dós subsequentes na escala musical) era o momento mais significativo de toda a contemplação. Representava o princípio e a meta da criação. O que acontece quando fazemos soar a oitava perfeita? Dá-se uma coincidência imediata e simultânea que tem lugar em vários níveis do ser. Sem nenhuma intervenção do pensamento, nem de conceitos, nem de imagens, reconhecemos imediatamente a recorrência do tom inicial na forma da oitava. E a mesma nota, mas diferente: é a consecução do círculo, uma espiral desde uma semente a outra semente nova. Este reconhecimento intemporal e instantâneo (mais preciso do que qualquer reconhecimento visual) é universal entre os seres humanos.

Mas também aconteceu outra coisa. O guitarrista toca uma corda. Em seguida, solta esta corda deixando o dedo exatamente em seu ponto médio. Toca a metade da corda. A frequência das vibrações produzidas é dupla em relação à dada pela corda inteira, e o tom se eleva de uma oitava. A amplitude da corda foi dividida em dois e o número de vibrações por segundo se multiplicou por dois; $1/2$ criou o seu reflexo oposto. $2/1$. Assim, neste momento, um acontecimento abstrato e matemático está vinculado exatamente a uma percepção física e sensorial; nossa resposta direta e intuitiva a esse fenômeno sonoro (a oitava) coincide com sua definição concreta e medida.

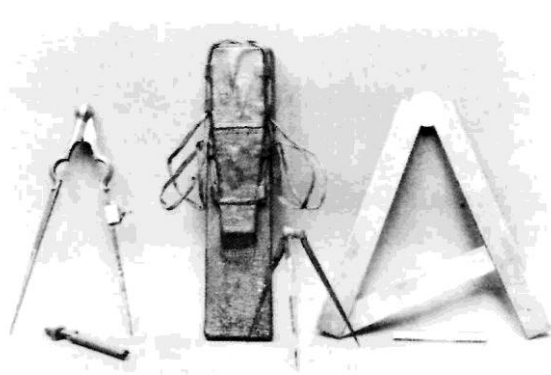
Daí que experimentemos nesta percepção auditiva uma interrelação entre o interior e o exterior, e podemos generalizar a resposta para evocar a possibilidade de uma fusão entre os reinos intuitivo e material, os reinos da arte e da ciência, do tempo e do espaço. Pode dar-se outro destes momentos no mundo criado, mas os pitagóricos não o conheciam, tampouco nós. É o espírito essencial da percepção da harmonia, e para os pitagóricos era o único momento sobrenatural verdadeiro: uma experiência tangível da simultaneidade dos opostos. Considerava-se como a verdadeira magia, um autêntico mistério onnipresente.

Era graças à geometria que os pitagóricos se mantinham em equilíbrio nesta transição

única em que a vibração ouvida se toma visual; e sua geometria, conforme veremos, explora as relações da harmonia musical. Embora interrelacionados em sua função, nossos dois principais sentidos intelectuais, a visão e o ouvido, utilizam nossa inteligência em duas formas completamente distintas. Por exemplo, com nossa inteligência ótica, para formar um pensamento, compomos uma imagem em nossa mente. Por outro lado, o ouvido utiliza a mente numa resposta imediata e sem imagem, cuja ação é expansiva e evoca uma resposta dos centros emotivos. Atualmente, esta faculdade emotiva e sensível ao som costuma associar-se a experiências subjetivas, emocionais, estéticas ou espirituais. Tendemos a esquecer que também intervém quando a razão percebe relações invariáveis. Portanto, quando centramos nossa experiência sensorial em nossa capacidade auditiva, podemos dar-nos conta de que é possível ouvirmos uma cor ou um movimento. Esta capacidade intelectual é muito diferente da "visual", analítica e seqüencial que normalmente utilizamos. E esta capacidade intelectual, associada ao hemisfério direito do cérebro, a que reconhece padrões no espaço, ou conjuntos de qualquer tipo. Pode perceber simultaneamente os opostos e captar funções que perante a faculdade analítica parecem irracionais. E de fato o complemento perfeito da capacidade visual e analítica do hemisfério esquerdo, já que absorve ordens espaciais e simultâneas, enquanto a faculdade racional "esquerda" é mais adequada para captar a organização temporal e seqüencial. O aspecto esotérico e funcional do número, por exemplo, se apreenderia através da faculdade do "hemisfério direito", enquanto o aspecto exotérico e enumerativo do número é apreendido pelo "esquerdo".

Esta qualidade intelectual inata assemelha-se muito ao que os gregos denominavam a razão pura, o que na Índia denominavam o "coração-mente". Os antigos egípcios tinham para isto um lindo nome: a "inteligência do coração", e atingir esta qualidade de entendimento era a meta implícita da vida. A prática da geometria, embora faça uso também da faculdade analítica, utiliza e cultiva este aspecto auditivo e intuitivo da mente. Por exemplo, alguém experimenta o fato do crescimento geométrico através da imagem do quadrado cuja diagonal forma o lado de um segundo quadrado. Trata-se de uma certeza sem razão aparente, captada pela mente a partir da experiência real de executar o desenho. A lógica está contida nas linhas do papel, que não se podem desenhar de outra forma.

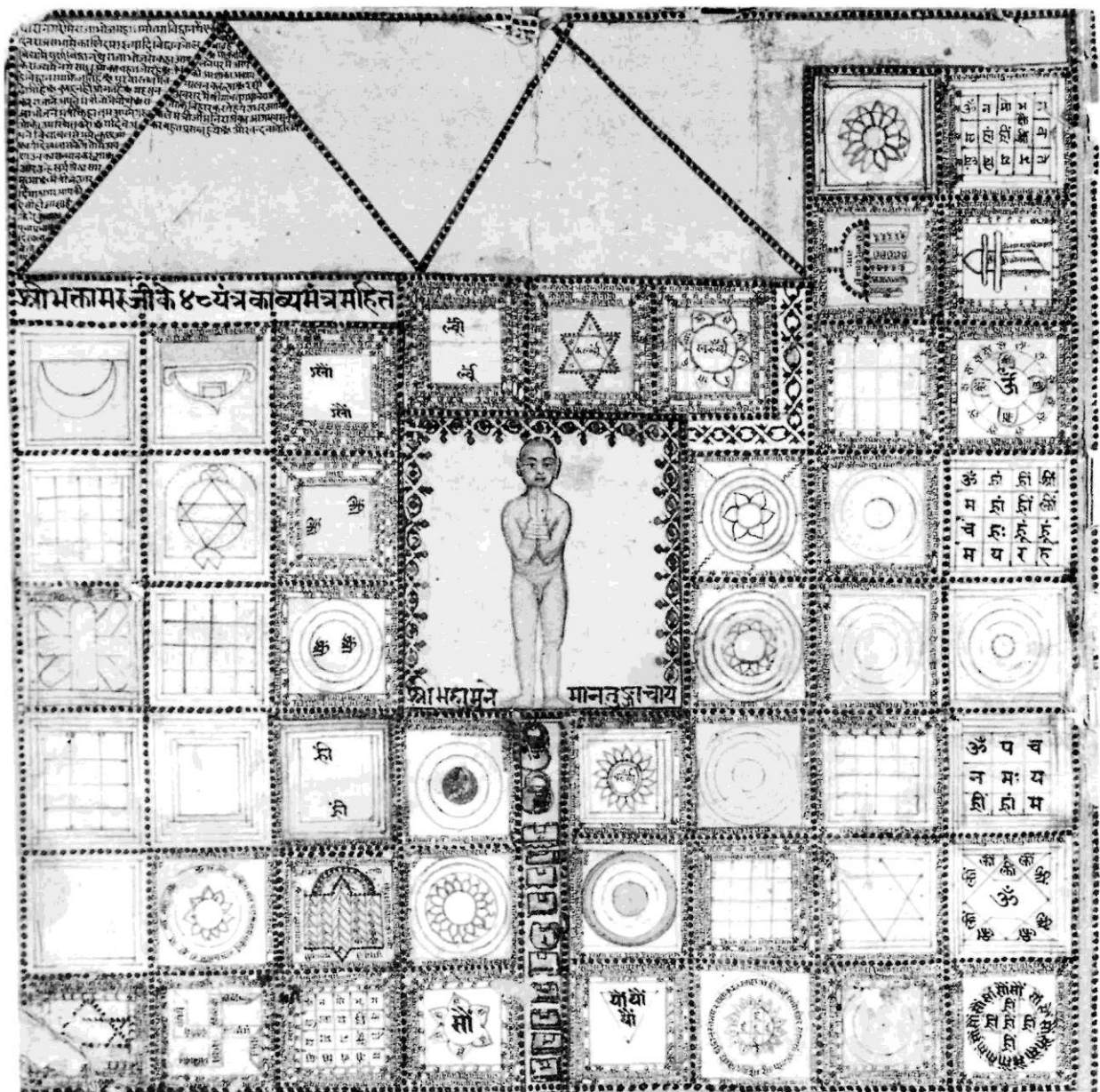
Como geômetras, equipados apenas com compassos e réguas, entramos no mundo bidimensional da representação da forma. Estabelece-se um vínculo entre os reinos do pensamento mais concretos (a forma e a medida) e os mais abstratos. Na busca das relações invariáveis que governam e interrelacionam as formas, pomo-nos em ressonância com a ordem universal. Ao reproduzir a gênese destas formas, tentamos conhecer os princípios da evolução. E desta maneira, ao elevar nossos próprios padrões de pensamento a estes níveis arquetípicos, propiciamos às forças destes níveis a penetração na nossa mente e no nosso pensamento. Nossa intuição se anima, e talvez, como diz Platão, o olho da alma possa ser purificado e de novo aceso, "pois só através dele podemos contemplar a verdade".



"Os números são as fontes da forma e da energia no mundo. São dinâmicos e ativos, inclusive entre eles... quase humanos em sua capacidade de influência mútua." (Téon de Esmirna). Os números, segundo a visão Pitagórica, podem ser andrógynos ou sexados, procriadores ou gerados, ativos ou passivos, heterogêneos ou promíscuos, generosos ou avaros, indefinidos ou individualizados. Têm suas atrações, suas repulsas, suas famílias, seus amigos; fazem contratos de casamento. São de fato os verdadeiros elementos da natureza. As ferramentas da geometria e o número representam os meios com os quais se atinge o conhecimento do espaço e do tempo, tanto exterior, como interior. Estes instrumentos, então utilizados por arquitetos e filósofos, se tornaram hoje, a partir da "idade da razão" em ferramentas do engenheiro.

Um dos pressupostos fundamentais das filosofias tradicionais reside, ao que parece, no propósito de que as faculdades intelectuais do homem seja o de acelerar nossa própria evolução superando as limitações do determinismo biológico que constroem todos os outros organismos vivos. Os métodos como a yoga, a meditação, a concentração, as artes, o artesanato, são técnicas psico-físicas para aproximar-se desta meta fundamental. A prática da geometria sagrada é uma destas técnicas essenciais de auto-realização.

Cada um dos diagramas dos quadrados pequenos representa um sistema ou técnica diferente de pensamento para a compreensão do mundo e suas estruturas. A primeira tarefa do aspirante espiritual que encara os variados caminhos contemplativos é harmonizar as cinco constituintes universais que compõe seu corpo (terra, ar, fogo, água e *prana*). Seu conhecimento claro dos mundos exterior e interior depende do acordo harmonioso que estabeleça entre estes estados elementares em seu próprio corpo e estes mesmos elementos na natureza. Cada cosmograma geométrico é concebido para assisti-lo nas suas tentativas de liberação através da harmonização.

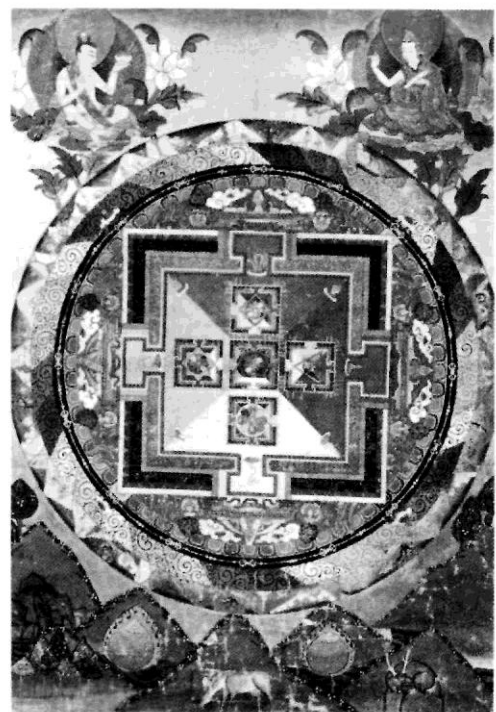
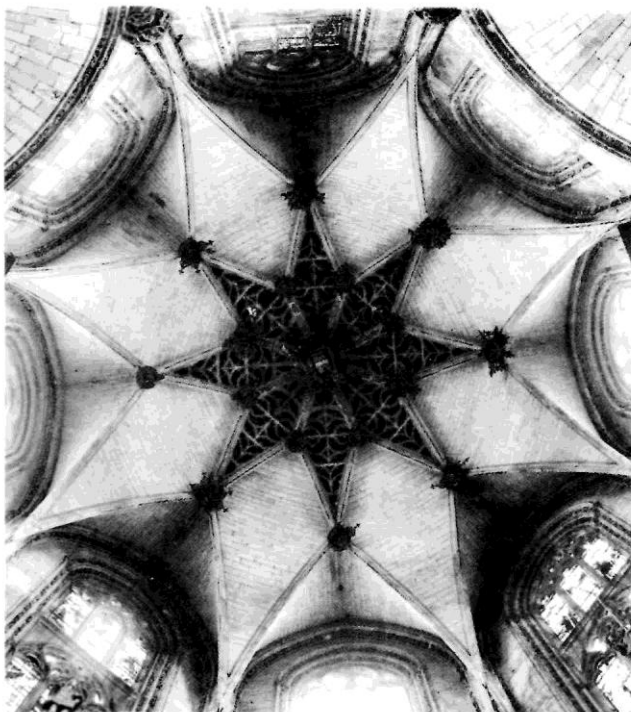


II. A geometria sagrada: metáfora da ordem universal

Seja produto da cultura oriental ou da ocidental, o *mandala* circular ou diagrama sagrado é uma imagem familiar e omnipresente através de toda a história da Arte. A Índia, o Tibet, o islamismo e a Europa medieval produziram-no em abundância e grande parte das culturas tribais também o utilizaram, seja em forma de pinturas, de edifícios, ou em danças. Tais diagramas costumam estar baseados na divisão do círculo em quartos, e todas as partes e elementos implicados estão inter-relacionados com um desenho unificado. As mais das vezes, são de certa forma cosmológicos, isto é, representam num símbolo o que se considera como estrutura essencial do universo; por exemplo, as quatro direções espaciais, os quatro elementos, as quatro estações, por vezes os doze signos do zodíaco, diferentes divindades e com frequência o próprio homem. Mas o mais notável e constante desta forma de diagrama é o que expressa a noção de *cosmos*, isto é, a realidade concebida como um todo organizado e unificado.

A antiga geometria não repousa em axiomas ou presunções apriorísticas. Contrariamente aos euclidianos e à geometria mais recente, o ponto de partida do antigo pensamento geométrico não é uma rede de definições ou de abstrações intelectuais, mas uma meditação sobre uma unidade metafísica, seguida de uma tentativa por simbolizar visualmente e contemplar a ordem pura e formal que surge desta incompreensível unicidade. E o enfoque do ponto de partida da atividade geométrica o que separa radicalmente o que podemos denominar de geometria sagrada, da mundana ou secular. A geometria antiga começa com o *um*, enquanto as matemáticas e a geometria modernas começam com o *zero*.

Uma das aplicações mais surpreendentes da *mandala* surge na arquitetura das cúpulas, tanto as islâmicas, como as cristãs. O quadrado representa a terra, abarcada num quádruplo abraço pela abóboda circular do céu e, portanto, submetida à roda do tempo em constante movimento. Quando o incessante movimento do universo, representado pelo círculo, dá passagem à ordem compreensível, surge o quadrado. O quadrado pressupõe por isto o círculo e é resultado deste. A relação entre forma e movimento, espaço e tempo, é evocada na *mandala*.





Aqui a *mandala* da unidade está inscrita na mão de uma divindade japonesa budista, que esboça um gesto ritual. A *mandala* é a divisão do círculo da unidade nas formas compreensíveis do quadrado, do hexágono, do octógono, etc. e estas formas são consideradas como os primeiros pensamentos de Deus, que surgem da unidade circular. Mas para que os pensamentos se convertam em atividades e atos, necessitam uma vontade ou força de intenção, que está simbolizada pela mão. As posições das mãos podem ser sistematizadas para formar um meio de comunicação (*mudra*), em que o gesto reflete as diferentes forças mediante as quais as disposições da mente criativa adquirem forma manifesta.



Gostaríamos aqui de examinar com mais pormenor estes dois inícios simbólicos, o um e o zero, porque constituem um exemplo excepcional de como os conceitos matemáticos são os protótipos da dinâmica do pensamento, da estruturação e da ação.

Consideremos primeiro o zero, que é uma idéia relativamente recente na história do pensamento, e ainda assim está tão arraigada em todos nós, que mal podemos pensar sem ela. As origens deste símbolo remontam a antes do século VIII da nossa era, momento em que tem-se notícia de seu primeiro aparecimento escrito num texto matemático da Índia. É interessante notar que, durante o século imediatamente anterior àquela época, tinha começado a se desenvolver na Índia uma linha muito particular de pensamento, que encontrou sua expressão tanto no hinduísmo (através de Sankara), como no budismo através de Narayana). Esta escola punha exclusivamente a ênfase no objetivo de atingir a transcendência pessoal e escapar do *karma* mediante a renúncia ao mundo natural, inclusive até extremos como a mortificação do corpo físico. O propósito desta busca altamente ascética era atingir um vazio totalmente impessoal, a cessação total do movimento no interior da consciência. Uma descrição deste estado atribuída a Buda é "um estado de ausência desinteressada, incognoscível, imperecível". Este simples aspecto ou possibilidade de experiência meditativa considerava-se o objetivo final do universo criado, assim como a meta de todo o desenvolvimento espiritual individual. Retrospectivamente, agora é por muitos considerado como um período obscuro no interior da longa e rica herança espiritual da Índia, um declive depois da tradição anterior que proclamava um significado espiritual tanto na expressão manifesta de Deus, como na não manifesta, e cujas práticas tântricas e vogues eram encaminhadas para a intensificação da relação e da harmonização entre a matéria e o espírito. Foi neste momento que o conceito de zero adquiriu nova tangibilidade e uma nova presença. Como consequência

As formas geométricas primárias são consideradas cristalizações dos pensamentos criadores de Deus, e a mão humana, ao manipular e construir estas formas, aprenderá a adquirir por si mesma as principais posturas da linguagem gestual.

disto, adquiriu um nome e um símbolo específico, tanto na metafísica, como nas matemáticas. Nestas, chegou a ser considerado como um número mais, como símbolo com o qual se pode operar e calcular. O nome que foi dado a este conceito em sânscrito foi *sunya*, que significa vazio.

Alguns historiadores das matemáticas argumentam que não se pode comprovar que a noção de zero seja exclusivamente hindu, sustentando que antes da Índia, na Babilônia, na Grécia e na civilização maia, se utilizava por vezes um símbolo para representar uma coluna vazia. Por exemplo, num número como o 203, a coluna vazia corresponde ao zero. Na Babilônia, o espaço vazio teria sido designado através de duas marcas como estas: // ; na Grécia, por um pequeno 0 com uma perninha, e os maias utilizavam uma espécie de símbolo em forma de ovo. Mas, marcar uma coluna vazia é apenas um procedimento de notação, enquanto, ao contrário, nas matemáticas hindus, o zero era tratado como uma entidade tangível, como um número. Os matemáticos hindus escreviam coisas como $(a \times 0) \div 0 = a$. Aristóteles e outros mestres gregos tinham se referido ao conceito do zero filosoficamente, mas as matemáticas gregas, fundadas como estavam nos ensinamentos pitagóricos dos egípcios, resistiram à incorporação do zero em seu sistema.

Os árabes, que atuaram desde o século IX até ao XIV como transmissores do saber e da cultura das antigas civilizações decadentes do Oriente Distante e de Egipto, levaram este conhecimento ao nascente fermento da Europa ocidental. Durante aqueles séculos, recolheram o conceito do zero, junto com outros nove símbolos numéricos que tinham se desenvolvido na Índia. A orientação menos mística e mais prática da mentalidade árabe viu nestes símbolos um mecanismo prático para facilitar o cálculo e registrar números elevados, especialmente os números que contêm uma coluna vazia, tais como 1505.

Os números romanos, que foram usados ao longo da Idade Média, mantiveram uma notação semelhante à da numeração egípcia, pois ambas estavam baseadas em agrupamentos que não necessitavam do zero para indicar uma coluna vazia:

egípcia $\begin{array}{c} \text{III} \\ \text{X} \end{array} \begin{array}{c} \text{II} \\ \text{II} \end{array} \begin{array}{c} \text{II} \\ \text{II} \end{array} \begin{array}{c} \text{II} \\ \text{II} \end{array} = 1.505$

romana MDV = 1.505

Cada unidade superior, as dezenas, as centenas, os milhares, etc. tinha um símbolo diferente, formando assim um sistema decimal sem zeros.

O grande matemático árabe do século VIII, Al Jwarizmi, introduziu os números hindus, incluindo o zero, no mundo islâmico. Depois, passaram outros quatrocentos anos antes de que as obras de Al.Gorisma (cujo nome deu origem ao termo "algoritmo") fossem introduzidas na Europa através dos assentamentos árabes na Península Ibérica. Suas obras foram traduzidas para o latim cerca do século XII. Gradualmente, este sistema numérico "arábico" se introduziu na Europa medieval e começou a fomentar mudanças radicais na ciência e no pensamento ocidentais.

Algumas das ordens monásticas resistiram à adoção deste sistema de notação decimal com o zero, proclamando sobretudo que o zero era uma invenção do diabo. Entre as que rechaçaram o número zero estava o ordem de Cister, cuja filosofia mística e gnóstica serviu de inspiração e fundamento para a construção das catedrais góticas, os templos cósmicos da Era de Peixes. Mas os mercadores adotaram os números árabes e o zero porque dava-lhes grande facilidade mecânica para o cálculo de suas operações e para o registro das quantidades. Foi, portanto, através do impulso comercial que o zero se arraigou.

As conseqüências foram enormes. Em primeiro lugar, no interior da estrutura da própria aritmética, a base do cálculo da soma tinha que ser modificada. Anteriormente, a adição de um número a outro sempre produzia uma soma maior do que qualquer dos números originais. Isto ficou naturalmente anulado a partir da utilização do zero. Outras leis aritméticas também ficaram alteradas, de tal maneira que, atualmente, podemos realizar operações, tais como:

$$\begin{array}{rcl}
3 + 0 & = & 3 \\
3 - 0 & = & 3 \\
03 & = & 3 \\
30 & = & 3 \times 10 \\
\text{mas } 3 \times 0 & = & 0 \\
\text{e } 3 \div 0 & = & 0 \text{ (???) }
\end{array}$$

Aqui a lógica se rompe por completo. O ilógico do símbolo foi aceito pela comodidade que oferecia para as operações quantitativas. No entanto esta ruptura da lógica simples e natural da aritmética permitiu que ocupasse seu lugar uma lógica mental mais complexa, e se introduzisse nas matemáticas toda uma gama de entidades numéricas e simbólicas, das quais algumas não estão respaldadas por qualquer conceito verificável, nem por qualquer forma geométrica. Surgidas a partir do século XVI, estas entidades incluem os números relativos (por exemplo, quantidades negativas tais como -3), os números decimais infinitos, os números algébricos irracionais, tais como a raiz cúbica de 10, os números exponenciais irracionais (tais como o e , a base dos logaritmos que não satisfaz nenhuma equação algébrica), os números imaginários, tais como a raiz quadrada de -1 , os números complexos (a soma de um número real e de um número imaginário) e os números literais (as letras que representam fórmulas matemáticas). A invenção do zero permitiu que os números representassem idéias que não têm forma. Isto assinala uma mudança na definição da palavra "idéia", que na Antiguidade era sinônimo de "forma" e leva implicitamente à geometria.

A orientação teológica da mentalidade hindu não permitiu que se colocasse o zero no início das séries. O zero foi colocado depois do 9. Não foi senão em finais do século XVI na Europa, o alvorecer da "idade da razão", quando o zero foi colocado na frente do 1, permitindo assim o conceito dos números negativos.

O zero não só se tornou indispensável no sistema matemático em que repousa nossa ciência e nossa tecnologia, como também, implicitamente, se transferiu para a nossa filosofia e teologia, para a nossa maneira de ver a natureza, para nossas atitudes perante nossas próprias naturezas e ao meio ambiente. Vimos como na Índia a adoção do zero se associou a uma doutrina que negava a realidade do mundo material. O nome sânscrito do zero, *sunya*, que significava "vazio", tornou-se "*cifra*" em latim, que tem o significado de nulo ou nada. Ocioso dizer que "nada" é um conceito diferente do de "vazio". Também naquela época, na Índia, a palavra sânscrita *maya* assumiu um novo significado. Originalmente, significava "o poder de dividir" ou "a mente que divide", mas naquele momento começou a significar "ilusão", ou o aspecto material do universo como ilusão. Podemos ver a outra face deste nihilismo espiritual no materialismo ocidental após a revolução industrial, quando o aspecto espiritual da realidade chegou a ser considerado ilusório.

A mentalidade racionalista ocidental negou o antigo e venerado conceito espiritual da unidade, já que com a adoção do zero, a unidade perde sua primeira posição e tornate meramente uma quantidade entre outras quantidades. O advento do zero nos permite considerar qualquer coisa que esteja por baixo das séries de números quantitativos como nulo ou insignificante, enquanto qualquer coisa que esteja além da gama quantitativamente compreensível se torna numa extrapolação, oculta sob a palavra Deus e considerada religiosa ou supersticiosa. Daí que o zero proporcione um marco para o pensamento ocidental para o desenvolvimento do ateísmo e da negação do espiritual.

Do ponto de vista do mundo natural, o zero não existe: é uma entidade completamente mental. Mas o impacto deste símbolo foi tão grande que impulsionou a física supostamente empírica do século XIX a adotar uma teoria atômica segundo a qual a matéria é composta de diminutos blocos de construção, pequenas esferas flutuando num vazio como um zero. O zero continuou orientando a visão do mundo decimonônico, mediante a idéia de que existe uma separação entre o quantitativo e o não quantitativo; o grau extremo desta idéia era de que tudo o que é não-quantitativo é não-existente, isto

é, zero. A física nuclear do século XX já não concebe o átomo como uma partícula separada que atrai ou repele, pois estabelece um campo ou matriz de campos de energia, cujas partículas e desenho estão interconectadas e em perpétua transformação. Partículas que não se distinguem do processo; matéria que não se distingue dos acontecimentos. Como no firmamento, o que antes se pensava ser um vazio negro com corpos flutuando no seu interior, agora sabe-se que está pleno de substância-energia. Entre um corpo estelar e as regiões que o rodeiam há um campo contínuo do qual o corpo estelar é apenas uma densificação. Ao mesmo tempo em que nos afasta da visão do mundo do século XIX, tanto microscópica, como macroscópica, a ciência atual nos mostra uma contínua flutuação e alternância entre a matéria e a energia, confirmando-nos que no mundo natural não existe o zero.

A noção de zero também teve efeito nas nossas conceituações psicológicas. Idéias como a finalidade da morte e o medo de enfrentá-la, a separação do céu e da terra, toda a gama de filosofias existenciais baseadas no desespero e no absurdo de um mundo que desemboca no não-ser, todas elas muito devem à noção de zero. Viamo-nos a nós próprios como indivíduos separados, que se moviam num espaço que era diferente de nós próprios. Mas estes conceitos também estão perdendo sua influência. Agora, sabemos que existimos em grupos, determinados por diferentes níveis de afinidades energéticas, repelindo, mudando e absorvendo mediante sutis comunicações energéticas interrelacionadas. E nosso ser se prolonga fora de si mesmo mediante diferentes campos de energia para conectar-se com outros campos mais vastos. Tivemos que aprender que não existe nenhum lugar onde possamos nos desfazer das coisas que acabamos de utilizar, que a descarga do nosso lavabo não nos conduz a zero: não existe fábrica, tubagem ou vazadouro algum no solo que nos conduza a qualquer parte. Tudo permanece aqui, conosco. Os ciclos de crescimento, utilização e desgaste continuam interrompidos. Não existe a garrafa de usar e jogar fora.

Com o zero, temos no início das matemáticas modernas um conceito numérico que filosoficamente é enganoso e que cria uma separação entre nosso sistema de símbolos numéricos e a estrutura do mundo natural. Por outro lado, com a noção de unidade que governava as antigas matemáticas, não existe esta dicotomia.

A noção de unidade continua, literalmente, impensável; simplesmente porque para que qualquer coisa seja, exista, deve, como verdadeira afirmação positiva de si mesma, negar aquilo que não é. O frio só é frio porque é a negação do calor. Para que uma coisa seja, seu oposto também deve ser. Dá-se então no começo do mundo criado a contingência da divisão da unidade em dois. Com o dois começam os números. Esta mesma lei governa nossa compreensão, já que para poder compreender qualquer estado objetivo, devemos reconhecer e negar seu oposto. Diz R.A. Schwaller de Lubicz:

"O número um só é definível através do número dois: é a multiplicidade que revela a unidade... A inteligência das coisas só existe através do que poderíamos chamar um fracionamento original e a comparação destas frações entre si, o qual não é mais do que uma enumeração dos aspectos da unidade."

Assim, por mais impensável que possa ser a unidade, tanto a razão como a experiência espiritual obrigam o pensador tradicional a situá-la no início. Tudo o que existe em seu problema matemático ou em seu universo é uma fração do uno desconhecido, e apenas graças à possibilidade de se poder relacionar proporcionalmente umas e outras são conhecíveis estas partes. Diz Sri Aurobindo:

"Na origem das coisas, deparamos com uma massa infinita que contém finitos inexplicados; um indivisível pleno de divisões sem fim, uma imutabilidade onde pululam as mutações e diferenciações, um paradoxo cósmico está no início de todas as coisas. Este paradoxo apenas pode ser explicado como o um; mas trata-se de uma unicidade infinita que pode conter as centenas, os milhares, os milhões, os bilhões.... Isto não significa que o um seja plural, ou que possa ser limitado ou descrito como uma soma de muitos. Pelo contrário, pode conter

o infinito porque excede toda limitação ou descrição mediante a multiplicidade, e excede mesmo assim toda limitação mediante uma unicidade finita, conceitual"

(A Vida Divina)

A unidade é um conceito filosófico e uma experiência mística que pode ser expressa matematicamente. A mentalidade ocidental, contudo, renunciou à disciplina de reconhecer um mistério supra-racional, incognoscível, como seu princípio primeiro. Mas ao abandonar este respeito a uma unidade simples incognoscível, nossas matemáticas e nossa ciência desenvolveram um sistema que exige hipóteses complexas e inter-relacionadas, entidades imaginárias tais como as mencionadas acima, e quantidades desconhecidas x que devem ser manipuladas, quantificadas ou igualadas, como no pensamento algébrico. Assim, o desconhecido aparece não apenas uma vez, mas em cada momento, e apenas se pode manejar procurando soluções quantitativas.

Nosso pensamento atual se baseia na seguinte seqüência numérica e lógica:

— 5, — 4, — 3, — 2, — 1, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

Com o zero ao centro, há uma expansão quantitativa: 1,2,3..., e nosso sentido do equilíbrio exige que haja — 1, — 2, — 3... do outro lado, o que dá uma série de abstrações não existentes (quantidades negativas) que requerem uma lógica absurda. O sistema tem um ponto de ruptura, o zero, que desconecta o contínuo e dissocia os números positivos da série negativa que o equilibra.

Na progressão numérica do antigo Egito, que começava por um em vez do zero, todos os elementos são naturais e reais:

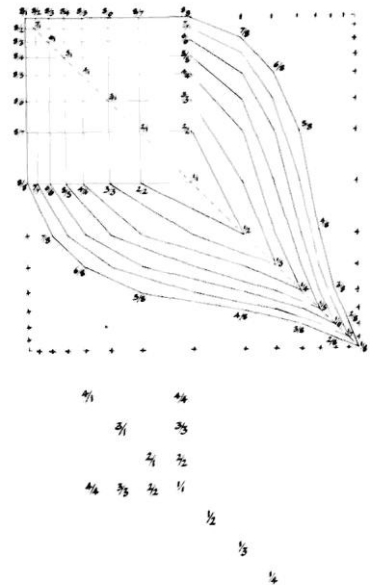
1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5

Todos os elementos surgem da unidade central de acordo com a lei da inversão e da reciprocidade. Os egípcios baseavam suas matemáticas neste série de números simples e naturais, e realizavam com ela sofisticadas operações, para as quais hoje necessitamos complexas operações algébricas e trigonométricas. E podemos verificar a demonstração natural desta série nas leis físicas do som. A batida sobre uma corda, ao dividi-la em dois, produz uma freqüência dupla de vibrações. Assim, esta série expressa a lei essencial da harmonia.

Grande parte da física pós-Einstein parece ter esta crença como base, já que a inversão desempenha um papel primordial na teoria da relatividade, no princípio da dúvida e em conceitos tais como os buracos negros. A idéia de um intercâmbio contínuo entre a matéria e a energia também requer esta sistematização.

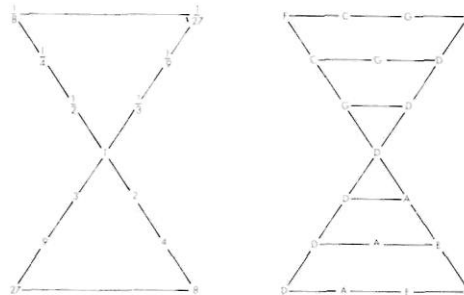
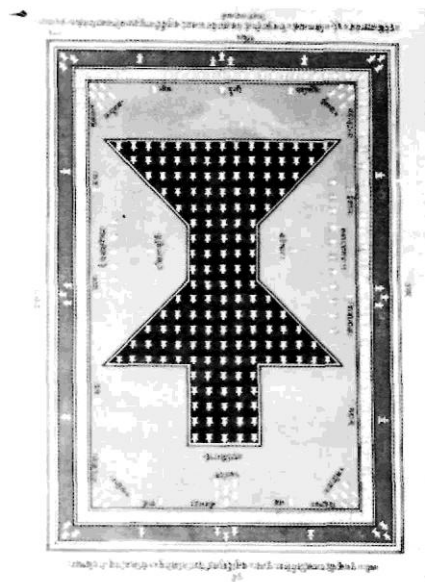
Conceitos metafísicos tais como a imortalidade da alma, o renascimento e a reencarnação também se apreendem mais plenamente mediante a noção da reciprocidade. Para os egípcios, o mundo inferior, para onde se dirigiam as almas depois da morte, se chamava o "mundo invertido", o *Dwat*. A progressão de elementos inversos (recíprocos) constitui a base mental para a noção de perpétuo intercâmbio através da inversão.

A idéia da unidade, incognoscível como início, foi a base de muitos sistemas filosóficos e mitológicos. Embora Sankar, com o Budismo vigente durante certo período, estabelecesse o vazio como presença fundamental, a corrente principal do hinduísmo sempre repousou sobre a noção do *um*, do divino, que se dividia dentro de si mesmo para formar seu oposto, criando-se a si próprio, o universo manifesto. Dentro do olhar divino sobre si mesmo, três de suas própria qualidades se tornaram distintas: *Sat* (ser imóvel). *Chit* (consciência-força) e *Ananda* (êxtase). A unidade original, representada por um círculo, se reafirma no conceito da "real idéia", o pensamento de Deus, que os hindus chamavam *bindu* ou semente, o que nós denominamos como *ponto geométrico*. O ponto, segundo os *Comentários do Shiva Sutra Vimarshini*, constitui o limite entre o manifesto e o não manifesto, entre o espacial e o não espacial. O *bindu* corresponde à "idéia de semente-som" dos tantras. O divino se transforma em vibração sonora (*nada*),



A progressão natural dos números inteiros, em conjunto com sua progressão inversa, é um modelo para a formação do tipo mais comum de folha.

A música é regida pelas leis fundamentais da reciprocidade; as mudanças de frequência e de tamanho de ondas são recíprocas. Os tons ascendentes ou descendentes, da mesma forma que os quocientes aritméticos recíprocos, se aplicam ao comprimento das cordas. "Maior" ou "menor" são modos tonais recíprocos. Tai como assinala Ernest McClain em *The Myth of Invariance*, Platão concebeu a alma do mundo como sendo composta por quocientes recíprocos idênticos aos que na mitologia hindu criam o musical "tambor de Siva", o vibrante instrumento da criação. (Veja-se a página 81).



e prolifera no universo, que não é diferente de si mesmo, dando forma ou expressão verbal a esta "auto-idéia". Ramakrishna resumiu a sagrada escritura dizendo: "O universo não é senão o divino pronunciando seu nome para si mesmo."

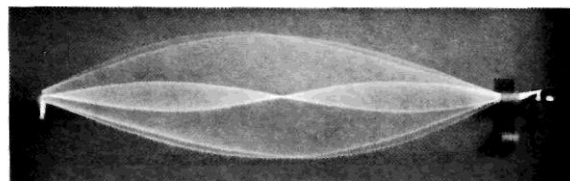
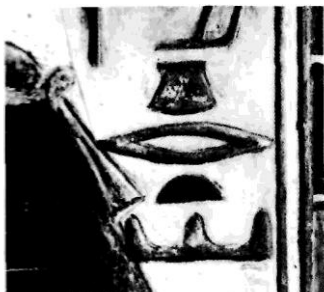
O universo surge assim da palavra. Esta palavra transcendental não é senão uma vibração (uma *materialização*) do pensamento divino que dá lugar ao fracionamento da unidade que é criação sua. A palavra (*saabda* em sânscrito, o *logos* dos cristãos e dos gnósticos), cuja natureza é pura vibração, representa a natureza essencial de tudo quanto existe. As ondas vibratórias concêntricas se expandem para fora a partir de inúmeros centros, e suas sobreposições (esquemas de interferência) formam nós de energia concentrada que se tornam nos corpos ígneos rotativos do firmamento. A "real idéia", o *Purusha*, o ponto inaudível e invisível do som-idéia, permanece fixo e imutável. Seus nomes, contudo, podem ser investigados através da geometria e dos números. Este som emitido, essa enunciação da idéia de Deus, é o que os pitagóricos denominariam a *música das esferas*.

No antigo Egito, o campo primordial da vibração (denominado *nada* na Índia) chama-se *Nun*, o oceano primário. A substância cósmica da criação é a imagem indiferenciada do Todo. Imerso neste oceano primário está Aton, o criador, que deve em primeiro lugar distinguir-se de si mesmo, do *Nun*, com o fim de dar início à criação. Aton é masculino e análogo ao *Chit* (consciência-força) do mito hindu. Aton é representado em estado de êxtase, totalmente absorto. Algumas versões do mito dizem que Aton é masturbatório. Sua auto-contemplação estática provoca sua ejaculação e esta atinge sua garganta fazendo-o tossir e expulsar sua semente pela boca. Tossiu e esculpiu Shu e Tefnut, os quais, com ele, formam a primeira tríade dos nove grandes *Neteru*, ou princípios da criação.

Fixemo-nos na relação entre este mito da criação e a notação matemática egípcia, em que as frações são representadas mediante o desenho de uma boca como numerador e marcas de unidade para denominador, imaginando a idéia dos poderes da semente emitidos pela boca de Aton, o mundo criativo $\text{◁} = 1/3$. O sinal hieroglífico ◁ é o mesmo signo utilizado para escrever o nome do ser supremo, Ra (que, como criador, é conhecido como Aton-Ra). A semente projetada de Aton entra na vibração primária de Nun e a coagula nas formas do universo, exatamente como o esperma coagula a substância albuminosa do óvulo (estas e outras correlações funcionais com os mitos egípcios foram desenvolvidas por Lucie Lamy em *Mistérios Egípcios*).

Hoje em dia, a teoria dos campos da astrofísica moderna concebe o universo como um campo vibratório, integral e incompreensivelmente vasto de plasma ionizado, pré-gasoso, uma imagem não muito diferente do Nun ou oceano cósmico do mito egípcio,

Note-se que tanto este símbolo egípcio da "boca", quanto o percurso de uma corda em vibração têm uma forma "vesical" achatada.



ou do *Prakriti* da cosmologia hindu. No interior deste campo gravitacional, as influências se desencadeiam, criando uma densificação em configurações nodais. O desequilíbrio e a turbulência causados pelos centros de massa galáctica recém formada por efeito da contração libertam ondas compostas, que causam mudanças violentas e abruptas na pressão e na densidade de todo o plasma cósmico. Estas mudanças são conhecidas como "estampidos sônicos*"; *sônicos* porque, com efeito, a propagação de qualquer som é simplesmente a rápida mudança oscilatória de pressão-densidade em qualquer meio. Estes choques sônicos ondulantes criam um torvelinho em toda a nuvem galáctica e, nas regiões interiores formadas por este torvelinho, nascem as estrelas. Isto confirma claramente a antiga imagem da criação universal mediante ondas de som ou da palavra de Deus; a ciência reafirma que as estrelas e galáxias visíveis são configurações de explosões em espiral, réplicas residuais de ondas de choque estacionárias provocadas pela atoadora voz do universo.

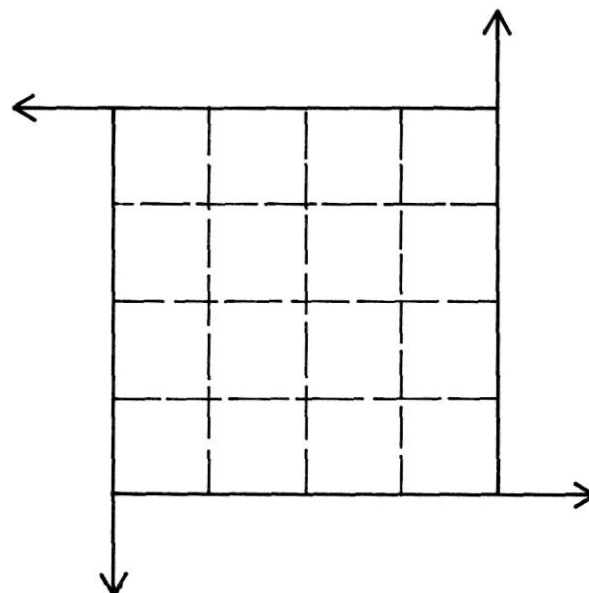
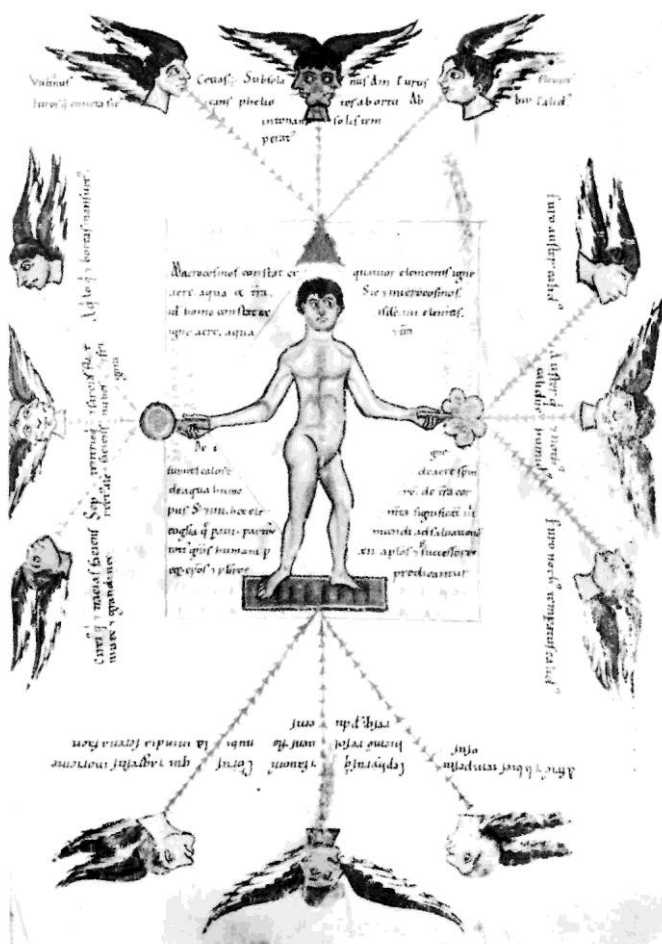
Assim, o modelo científico mais moderno da criação assemelha-se à imagem apresentada pela mitologia antiga, e ambas reconhecem uma absoluta singularidade ou unidade no seu início. Em termos de ortodoxia das antigas matemáticas, os símbolos das matemáticas deveria refletir as realidades que descrevem. Com o zero e com o exército de signos meramente mentais e estatísticos que o seguiram, estamos muito longe de ter um sistema de símbolos matemáticos que corresponda à ordem pura e geométrica do espaço vivo.

III. O ato primeiro: a divisão da unidade

Quem utilize figuras geométricas para descrever o início da criação deve tentar mostrar como uma unidade absoluta pode tornar-se multiplicidade e diversidade. A geometria tenta recuperar da infinita *informidade*, o movimento ordenado, conferindo-lhe uma série de formas interrelacionadas, e ao recriar este misterioso passo do um para o dois, torna-o simbolicamente visível.

Tanto do ponto de vista metafísico como natural, é falso dizer que para obter o dois tomam-se dois uns juntos. Basta observar a forma em que uma célula viva se torna duas. O um é por definição singular, é unidade, e portanto, inclui tudo. Não pode haver dois uns. A unidade, enquanto símbolo perfeito de Deus, se divide a si mesma a partir de dentro, criando assim o dois: o "eu" e o "me" de Deus, por assim dizer: o criador unidade e a multiplicidade criada.

A unidade cria dividindo-se a si mesma, e isto se pode simbolizar geometricamente de várias formas diferentes, segundo se representa graficamente a unidade original. A unidade se pode representar apropriadamente como um círculo, mas a verdadeira incomensurabilidade do círculo indica que esta figura pertence a um nível de símbolos que está além do razoável e da medida. A unidade pode ser concebida como o quadrado que, em sua simetria perfeita, também representa o todo e se presta à medida compreensível. Na filosofia geométrica, o círculo é o símbolo da unidade não manifesta, enquanto o quadrado representa a unidade serena, por assim dizer, prestes a se manifestar. O quadrado representa as quatro orientações primárias, o norte, o sul, o leste e o oeste, que tornam compreensível o espaço, e é formado por dois pares de elementos perfeitamente iguais e contudo opostos, cumprindo assim graficamente a descrição da natureza universal que encontramos no taoismo e em outras filosofias antigas.



O quadrado é o resultado de um entrecruzamento.

As quatro orientações estavam relacionadas com os quatro elementos da criação: a trará, o ar, o fogo e a água.

Por definição, o quadrado consiste em quatro linhas retas iguais que se unem em ângulo reto. Mas outra definição mais importante é a de que o quadrado é o fato de que qualquer número multiplicado por si mesmo é um quadrado. A multiplicação é simbolizada por uma cruz e este símbolo gráfico é em si mesmo uma definição justa da multiplicação. Se cruzamos uma vertical com uma horizontal, dando a essas linhas-movimentos unidades de longitude iguais, digamos por exemplo 4, verificamos que esta cruz gera uma superfície quadrada: uma entidade tangível e mensurável assume existência como resultado desta cruz. A cruz pode se transferir simbolicamente para a cruz entre contrários de qualquer tipo, tais como a cruz entre um macho e uma fêmea que dá origem a um novo indivíduo, ou a cruz entre a obscuridade e a luz, que dá origem às formas visíveis e tangíveis, ou ainda a cruz entre a matéria e o espírito, que origina a própria vida. Portanto, a cruz é uma *ação-princípio* que o quadrado representa perfeitamente.

A palavra natureza significa "o nascido", e todo o nascimento para a natureza requer aquele cruzamento de contrários. Portanto, o quadrado vem a representar a terra e, como tal, simboliza a experiência consciente da existência finita, daquilo que nasceu para a natureza. Isto nos conduz ao problema de saber se os lados do quadrado são curvos ou retos: se a realidade do universo em sua totalidade é uma curvatura infinita, um movimento infinito, há mesmo assim uma consciência que é capaz de apressar temporariamente, tanto conceitual como perceptivamente, segmentos do contínuo universal. Esta consciência objetiva pode ser vista como uma velocidade reduzida da consciência universal, e tem por instrumento o córtex cerebral do homem. Os hindus denominavam *tapas* a este poder de isolamento e de detenção do devenir universal em perpétuo movimento. O filósofo grego Heráclito comparou-o a uma paralisia da visão tal como se experimenta quando alguém é picado por um escorpião. Chamava a objetivação de "ferrão do escorpião".

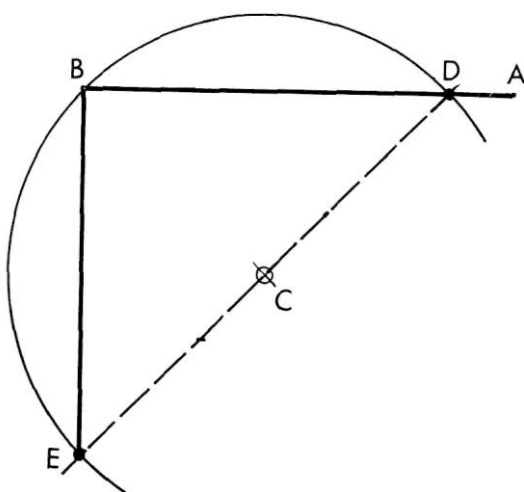
Os filósofos budistas e hindus se preocupavam de que a consciência humana se deixasse fascinar ou absorver por esta percepção segmentada da realidade. Para utilizar uma analogia budista familiar, o tempo é como um colar de contas quadradas de objetos, momentos ou acontecimentos tangíveis, e deixar-se absorver por esta sucessão de estruturas limitadas é *maya* ou ilusão, enquanto apenas o fio interior do colar, o contínuo inimaginável, é realidade.

Pitágoras, por sua vez, ensinava que a experiência da vida num corpo finito e limitado tinha o propósito específico de descobrir e manifestar a existência sobrenatural do finito. A pessoa então deve se concentrar também no próprio finito, para descobrir como este finito poderia conter intrinsecamente o poder de expressar o infinito. Isto não significa concentrar-se sobre os efeitos finitos e materiais, mas sim sobre os princípios abstratos revelados no mundo finito, e nas causas que criam e sustentam esta encarnação. Daí que as matemáticas pitagóricas se limitassem aos números inteiros, isto é, estados definíveis e deteníveis, e que procurassem expressões universais no interior do marco mensurável e geométrico do quadrado, símbolo profundo da perfeição finita.

O "Caderno de práticas" que se segue é a primeira das nove seções assim denominadas neste volume, pensadas para permitir ao leitor percorrer passo a passo as principais figuras e conceitos da geometria sagrada. Sugerimos que o leitor tome um compasso e de uma régua e trabalhe por si mesmo, seguindo as instruções que aparecem junto às figuras dos "cadernos de prática". E aconselhável também utilizar papel quadriculado para os desenhos; desta forma, a comprovação de certas relações poderá ser feita simplesmente contando os quadrados.

Cadernos de prática 1

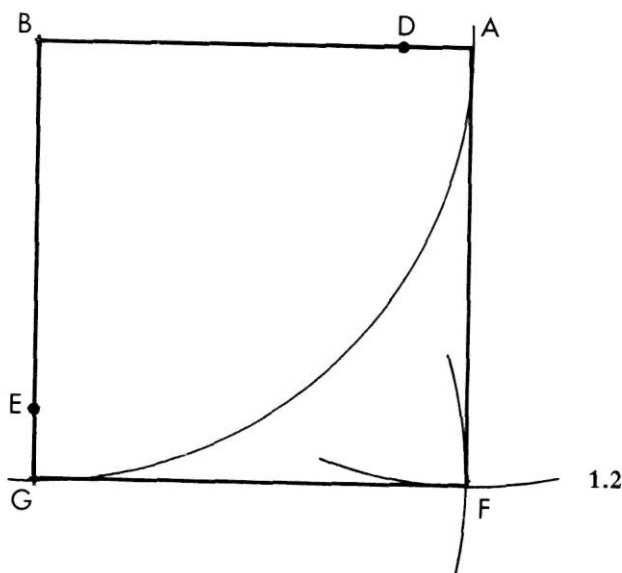
O quadrado cortado pela sua diagonal; $\sqrt{2}$



1.1

6

Figura 1.2. Tomando como centro o ponto B e como raio o segmento BA, traçar um arco que corte em G a continuação do segmento BE. Tomando por centros os pontos A e G e como raios o segmento AB, traçar dois arcos que se cruzam em F. Traçar o quadrado ABGF.



1.2

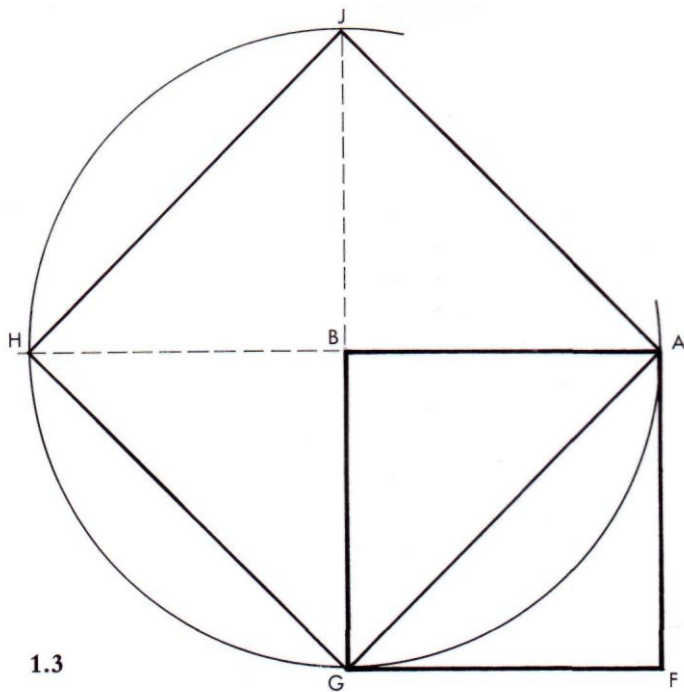


Figura 1.3. Dentro do quadrado $ABGF$, traçar a diagonal AG . Utilizando o mesmo método da figura 1.1., traçar uma linha perpendicular a AG em G . Com B como centro e BA como raio, traçar um arco de círculo para determinar os pontos H e J . Utilizando o mesmo método da figura 1.2, completar o quadrado $AGHJ$.

O lado do quadrado $AGHJ$ (quadrado número dois) é exatamente igual à diagonal do quadrado $ABGF$ (o primeiro quadrado).

A superfície do quadrado dois é exatamente o dobro da do primeiro quadrado. (Isto é intuitivamente evidente, já que o quadrado maior contém quatro triângulos idênticos, enquanto o primeiro quadrado contém apenas dois).

O lado do quadrado se chama a sua raiz ($\sqrt{\quad}$). O lado do primeiro quadrado (quadrado um) é $\sqrt{1}$, e o do quadrado dois é $\sqrt{2}$.

A diagonal do quadrado dois é igual a 2, exatamente duas vezes o lado do primeiro quadrado.

Esta relação pode ser escrita como segue:

$$\frac{\text{raiz}}{\text{diag.}} : \frac{\text{raiz}}{\text{diag.}} :: \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2}$$

mas também pode se considerar que:

$$\frac{\text{raiz}}{\text{raiz}} : \frac{\text{diag.}}{\text{diag.}} :: \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\text{raiz}}{\text{diag.}} : \frac{\text{diag.}}{\text{raiz}} :: \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Estas relações parecem ser um paradoxo da lógica, mas se o leitor estudar a figura, verificará que são geometricamente corretas. Inclusive, ainda que aumente o tamanho dos quadrados, a relação entre a sua raiz e sua diagonal continuam sendo identidades proporcionais.

Figura 1.4 Repita-se o processo da figura 1.3. A partir do centro J , traçar um arco igual ao lado do quadrado dois. Prolongar os lados AJ e HJ até sua interseção como o arco de círculo em K e M . Traçar o quadrado três, $MKHA$. De maneira análoga, construir os quadrados quatro, cinco, etc.

A relação entre o lado e a diagonal de cada quadrado, e a de cada quadrado com o seguinte quadrado maior, é idêntica à relação entre o quadrado um e o quadrado dois. Isto pode se formular assim:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{2}{2\sqrt{2}} : \frac{2\sqrt{2}}{4} : \frac{4}{4\sqrt{2}} : \frac{4\sqrt{2}}{8} \text{ etc.}$$

ou em termos gerais:

$$\frac{a}{b} : \frac{b}{c} : \frac{c}{d} : \frac{d}{e} : \frac{e}{f} \text{ etc.}$$

Este tipo de progressão se chama "progressão geométrica", na qual o numerador, multiplicado pelo denominador da segunda relação, é igual à multiplicação do numerador da segunda relação pelo denominador da primeira relação. Esta lei de multiplicação cruzada entre séries de numeradores e denominadores continua sendo exata quaisquer que sejam os quocientes da progressão, sejam sucessivos ou não.

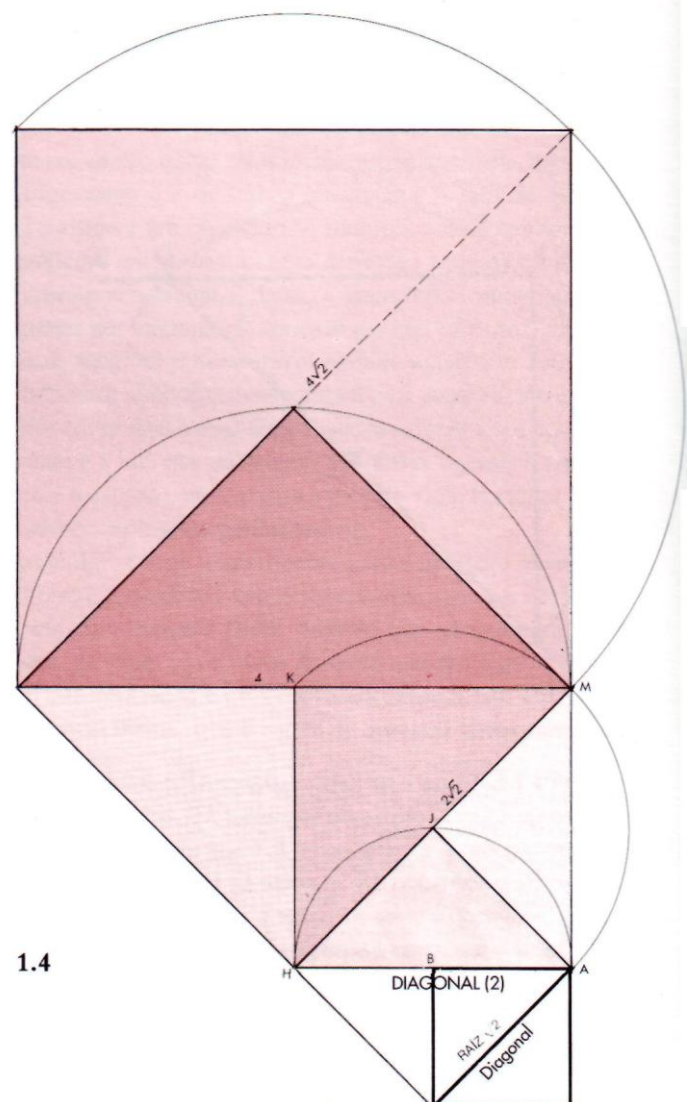


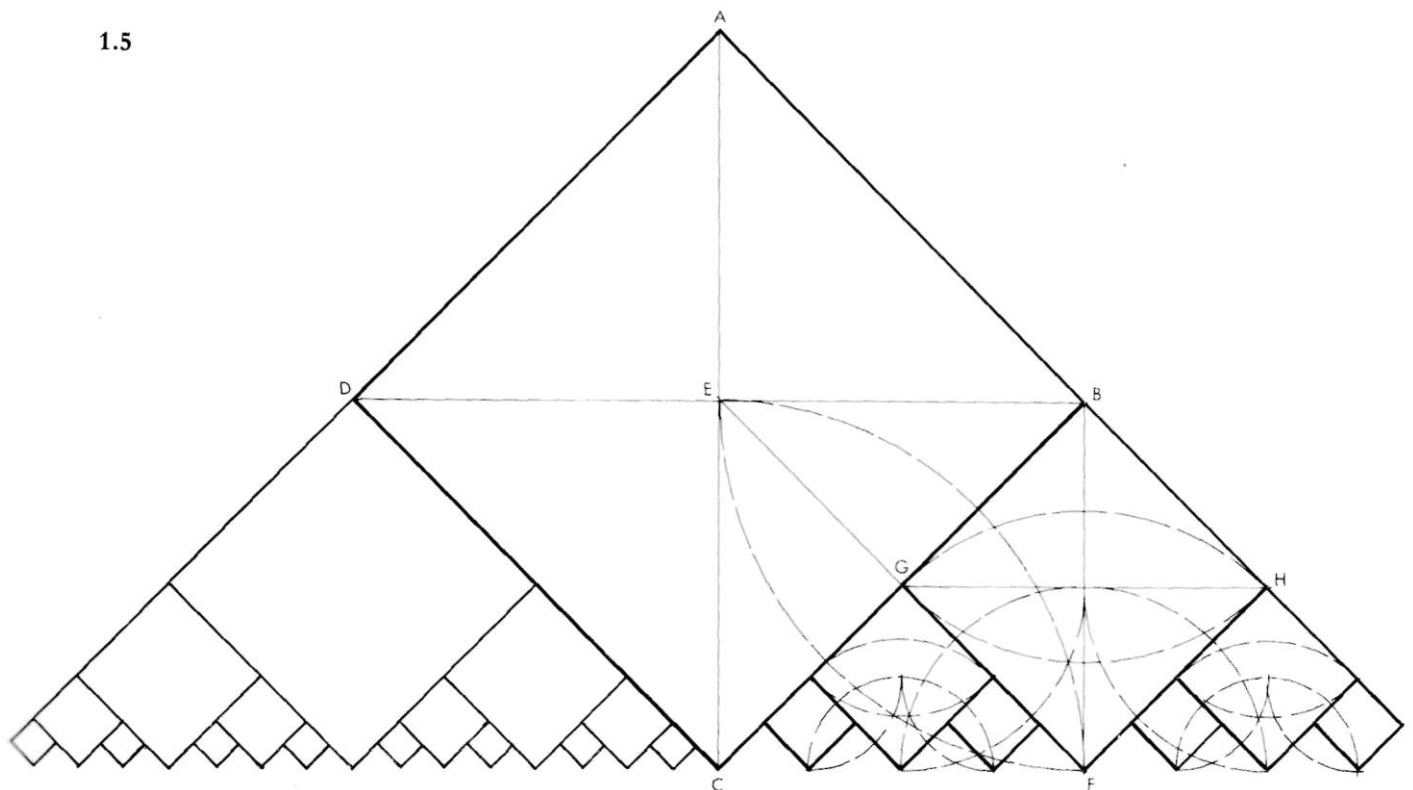
Figura 1.5. Esta representa uma variante da progressão geométrica anterior, mas desenvolvida da maior para a menor. Partindo do quadrado $ABCD$, traçar as diagonais DB e AC . Com B e C como centros e com o raio EB igual à metade da diagonal, traçar dois arcos que se cruzam em F . Traçar a linha EF , que corta os lados do quadrado I em G . Com B e F como centro e o raio GF , traçar dois arcos que se cruzam em H . Traçar o quadrado $BHFG$ (quadrado dois). Repetir o processo, construindo quadrados que diminuam progressivamente em proporção geométrica, 2, 4, 8, 16, 32, etc.

Em ambos os exemplos, o quadrado e sua diagonal expressam a criação do dois a partir da unidade (quadrado inicial) e a conseqüente proliferação do número em seqüência geométrica.

O quadrado dividido por sua diagonal constitui um modelo arquetípico das proporções geométricas e das progressões deste tipo, isto é $1 : \sqrt{2} :: \sqrt{2} : 2$, em que cada termo (ou razão) é multiplicado por um valor constante com o fim de obter-se o termo seguinte da proporção. Um aumento ou relação fixa e proporcional pode ser o modelo gerador de outras progressões geométricas, expandindo-se até ao infinito, por exemplo: $1 : \sqrt{3} :: \sqrt{3} : 3$ ou $1 : 3 :: 3 : 9 :: 9 : 27 \dots$ (veja-se a página 35). Esta demonstração geométrica da relação

entre a proporção e a progressão lembra-nos o axioma alquímico, segundo o qual tudo o que pertence à criação é formado a partir de um componente fixo e imutável (proporção), assim como de um componente volátil - mutável (progressão).

A relação entre o fixo e o volátil (entre proporção e progressão) é uma chave de solução para a geometria sagrada: tudo o que é manifesto, seja no mundo físico, seja no mundo das imagens e dos conceitos mentais, pertence ao incessante fluxo das progressões em constante mudança; é apenas o reino não manifesto dos princípios o que é imutável. Nossa ciência incorre em erro ao tentar atribuir leis e definições fixas e imutáveis para o mundo mutável das aparências. A história da ciência nos mostra, descartando ou revisando constantemente, um modelo do mundo após outro. Devido à característica perturbadora de instabilidade do saber científico, não apenas nossos físicos, como também nossos filósofos, artistas e a sociedade em geral, tornaram-se relativistas. Mas os princípios geradores são imutáveis e permanecem, e nossa contemporânea recusa daqueles princípios surge simplesmente porque temos procurado o permanente no mundo empírico, em lugar de procurar na sua verdadeira morada, que é o metafísico.



1.5

Na figura 1.3. presenciamos a divisão da unidade mediante o traçado da diagonal do quadrado. O lado do quadrado original, chamado sua "raiz", recebe o valor de 1, pois é a unidade primeira ou original. A superfície deste quadrado também é 1, pois $1 \times 1 = 1$. O simples fato de traçar a diagonal põe em jogo o 2, *não porque o quadrado tenha sido dividido em dois*. mas porque aparece o quadrado 2, pois a diagonal do quadrado 1 é a raiz do quadrado 2. e o quadrado 2 é exatamente o *dobro em superfície* do quadrado 1.

O leitor se perguntará, justificadamente, por que, uma vez obtido o símbolo do quadrado, devemos ainda considerar o quadrado construído sobre a sua diagonal e, neste caso. para que considerar a diagonal? Aqui, devemos definir a relação de causa e efeito, tal como se verifica na geometria contemplativa. Uma vez traçado o quadrado com seus quatro ângulos, tem-se implicitamente todo o necessário para traçar as linhas diagonais do quadrado. Além disto, esta linha diagonal (como qualquer linha reta) é implicitamente o lado ou a raiz de um quadrado. Em outras palavras, somos obrigados a refletir sobre ou a tornar explícito tudo o que está implícito em qualquer figura geométrica. Uma forma é um sistema geométrico e, como todo o sistema, biológico, químico ou outros, deve ser considerado como um contínuo em expansão, cujos componentes mantêm relações de causa e efeito. Apenas no mundo mental, arbitrário, se pode separar a causa do efeito, mas no mundo natural, são inseparáveis: uma causa não é tal, a não ser que tenha um efeito. Seguindo esta lógica, veremos também que a superfície do quadrado existe apenas dentro de uma relação contínua com um volume cúbico, do qual forma uma das seis faces. Na geometria contemplativa, a tentativa é sempre seguir o movimento completo desde o mundo puramente abstrato, bidimensional, isto é, plano, da linha, até explicitar no mundo real o volume tridimensional.

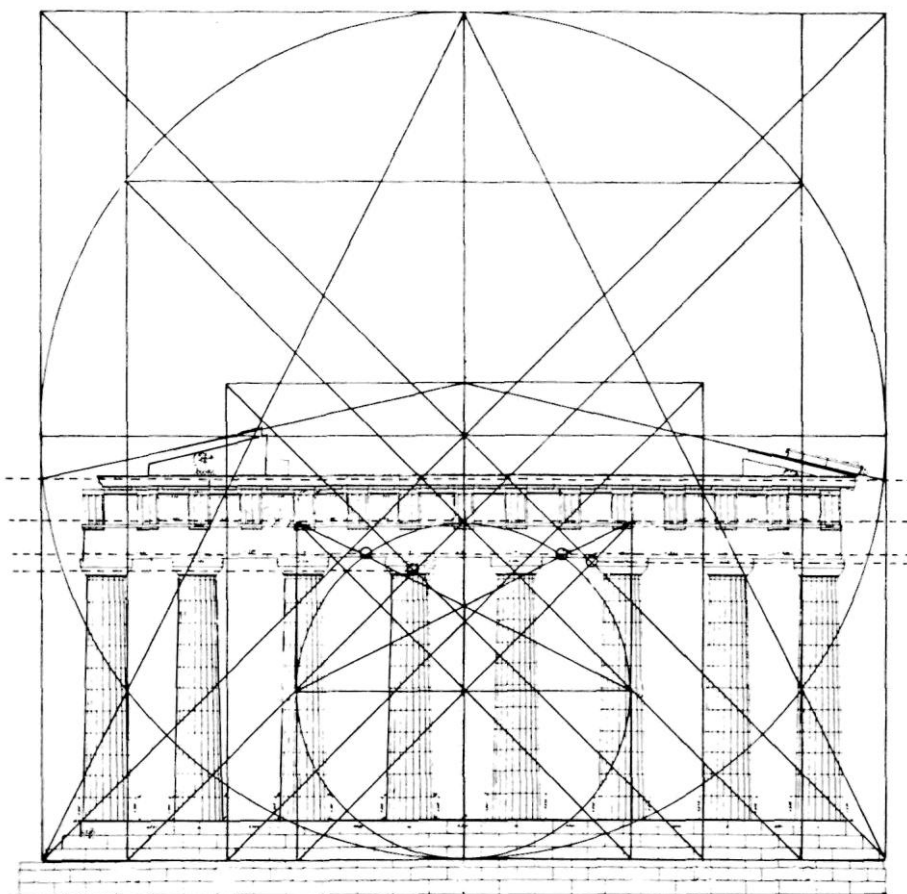
Voltando ao nosso quadrado, revelam-se dois paradoxos no ato de sua divisão pela diagonal. O primeiro reside na estranha coincidência das duas funções, raiz e diagonal, no momento geométrico da raiz quadrada de 2. A mesma unidade linear é ao mesmo tempo a raiz e a diagonal, o paradoxo da igualdade e da diferença. Esta simultaneidade de função produz três relações, ao que parece contraditórias, mas geometricamente exatas:

$$\frac{\text{raiz}}{\text{diagonal}} : \frac{\text{diagonal}}{\text{raiz}} \quad \frac{\text{raiz}}{\text{raiz}} : \frac{\text{diagonal}}{\text{diagonal}} \quad \frac{\text{raiz}}{\text{diagonal}} : \frac{\text{raiz}}{\text{diagonal}} = \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2}$$

O segundo paradoxo reside no fato de a *metade* (o quadrado repartido pela diagonal) produzir o *dobro*, como na geração do tom musical e no mistério do crescimento biológico por divisão celular.

A raiz quadrada de 2 é uma função irracional e um relação universalmente aplicável. Como o mundo natural está submetido a mudanças, esta raiz, ao ser invariável, é por definição sobrenatural ou supra-razional, ou seja, é um símbolo do reino arquetípico. Os pitagóricos, ao que parece, se referiram aos números incomensuráveis como "indizíveis". Podemos estar certos de que não foi por segredo nem por pueril religiosidade que chegaram a defini-los assim. Ao contrário, foi a perspicaz discreção de um intelecto consciente e desejoso de preservar a relação entre o número e as realidades cósmicas.

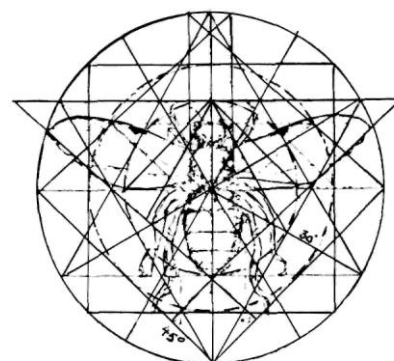
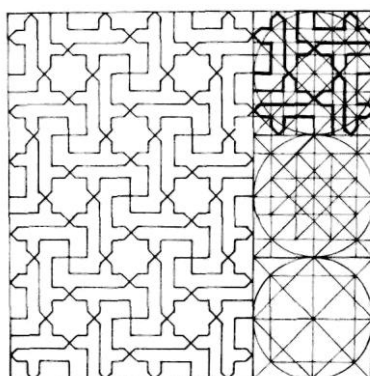
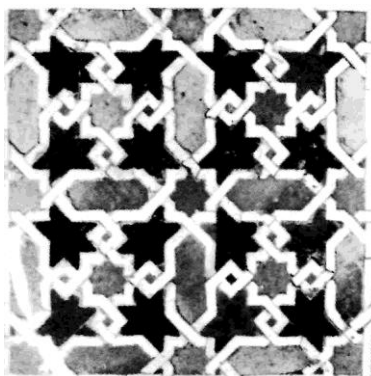
A figura 1.4 mostra como a criação do 2 conduz a uma proliferação infinita, mediante a progressão geométrica $a:b::b:c$ etc, ou expressa numericamente, $1:2::2:4::4:8::8:16::16:32::32:64$ etc. Não interessa quantas vezes voltem as relações numéricas, a proporção $a : b :: b : c$ permanece invariável. Esta progressão pode se estender tanto para a diminuição, quanto para o aumento numérico obtido mediante a bissecção do quadrado, conjuntamente com a expansão numérica obtida mediante as propriedades da diagonal do quadrado. A raiz quadrada de 2 representa assim o *poder de multiplicidade* que pode se estender tanto para uma extensão sem limites, como para uma finitude extremamente pequena. Esta figura representa perfeitamente o modelo de crescimento por cisão celular dos organismos vivos. Não apenas o número, como também a forma, proliferam a partir da divisão da unidade.

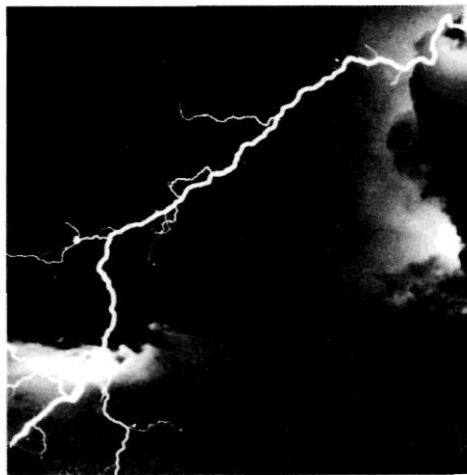
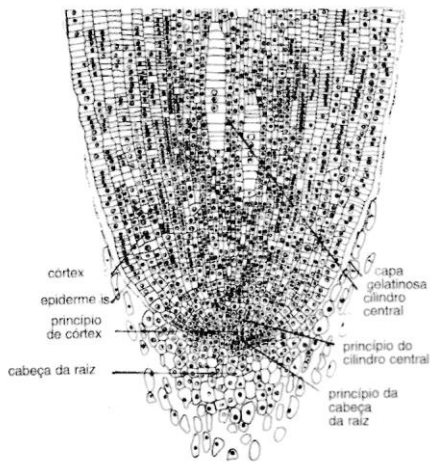


Nesta análise geométrica do Partenón, feita por Tons Brunés, na sua obra "Os segredos da antiga geometria", podemos ver que a arquitetura deste edifício é regida pela relação entre o lado e a diagonal de uma série de quadrados. Cada um dos quadrados está em relação com o quadrado maior que o contém, na proporção de 1 para 1,25; portanto, todo o sistema proporcional está baseado na relação funcional $\sqrt{2}$ a 1 e a 1,25 (ó 5/4).

Quando falamos de raízes de quadrados ou de raízes de cubos, estamos utilizando uma designação muito antiga que associa esta função matemática com a raiz vegetal. Tanto a raiz de uma planta, como a raiz matemática são causais: a primeira no interior da terra e a segunda no interior do quadrado. O crescimento visível da planta, sua proliferação para a especificidade, depende da raiz para sua estabilidade e nutrição. A raiz da planta alimenta porque é capaz de romper (dividir) os densos componentes minerais fixos do solo em compostos que a planta pode transformar em seu próprio alimento. No sentido vital, a raiz geométrica é uma expressão arquetípica da função assimilativa, geradora e transformadora que é a raiz. Como a raiz vegetal, a raiz de 2 contém o poder da natureza que destrói para avançar (divide o quadrado inicial) e também contém o poder que instantaneamente transforma o 1 em 2. A planta cresce progressivamente, partindo de uma ruptura prévia, mas não há nenhuma teoria racional que possa explicar

A relação $1 : \sqrt{2}$ é fundamental neste desenho de mosaico islâmico, assim como na forma e proporções da abelha.





A semelhança morfológica entre o relâmpago e a raiz de uma planta também é funcionalmente exata. Atualmente, a ciência especula sobre o fato de que nos inícios da evolução da Terra, tremendas tempestades de raios na atmosfera pudessem ter proporcionado a energia da luz ultravioleta, que transformou o metano, o hidrogênio, o nitrogênio e os gases carbônicos nas protomoléculas dos compostos orgânicos. Estas moléculas foram depositadas pelas chuvas torrenciais nos oceanos primordiais dos quais surgiu a vida. Uma vez mais, as funções de "raiz" são o princípio transformador que sustenta a propensão inspiradora que denominamos "vida".

A raiz cresce mediante a constante divisão de sua forma quadrada. As células da raiz são uma poderosa metáfora do princípio de integração e de transformação. A contemplação geométrica se baseia na idéia de que as formas naturais devem ser entendidas como símbolos reveladores dos princípios arquetípicos metafísicos que guiam e controlam a evolução universal. A raiz contém um incrível poder de crescimento; sabe-se que as raízes podem penetrar a mais de trinta metros sob a areia do deserto para alcançar a água. Uma simples moita, pode ter mais de um bilhão de raízes que, unidas em extensão poderiam atingir 560 quilômetros. As raízes competem agressivamente na sua busca pela água, pelo ar e pelos minerais. Devem segregar constantemente ácidos para dissolver os minerais que proporcionam alimento e proteção à planta. A raiz é um símbolo da lei do sacrifício na natureza, pois como no caso da mãe, não se esforça em benefício próprio, mas para sustentar a planta em seu movimento em direção à luz.

como uma flor ou um rebento possa surgir de um débil e fino talo, como o desenvolvimento de um quadrado a partir de outro. E um poder transformador existente *a priori* na raiz original.

O princípio da raiz se exprime em nossos corpos na função intestinal, que é uma transformação da substância alimentar em energia. Expressa-se também nas circunvoluções do cérebro, que se assemelha ao intestino pelo fato de que transforma a matéria prima mental, amorfa, em razão e entendimento. O poder fálico ou procriador está implícito na raiz, e a função sexual, da mesma forma que a função digestiva, atua para nos manter vivos no mundo físico. Podemos observar na antiga prática agrária de erguer monólitos de pedra, raízes fálicas e minerais da terra, a função de atrair para baixo a atmosfera cósmica fértil. Por outro lado, o raio é a raiz do céu, pois transforma o carbono e o nitrogênio em compostos assimiláveis pelas plantas.

Se dividimos a altura total do corpo humano nas proporções harmônicas da raiz quadrada de 2, considerando como unidade a altura total, localizamos os centros vitais que correspondem àquilo que os japoneses chamam *hara* (ventre), um sutil centro físico, justamente abaixo do umbigo. A figura medirá $2 \sqrt{2}$ a partir da planta dos pés até ao umbigo, e $\sqrt{2} - 1$ do umbigo até ao alto da cabeça. Na prática *zen*, este centro está associado a uma técnica de meditação para o enraizamento, que implica numa intensificação dos poderes do autocontrole físico e auto transmutação. Os ensinamentos tântricos na Índia, por sua vez, procuram elevar esta serpente ou raiz para que proporcione sua energia aos centros glandulares superiores transformadores. A tradição chinesa se expressa através de Lao-Tsé, que afirmou: (parafraseando-o):

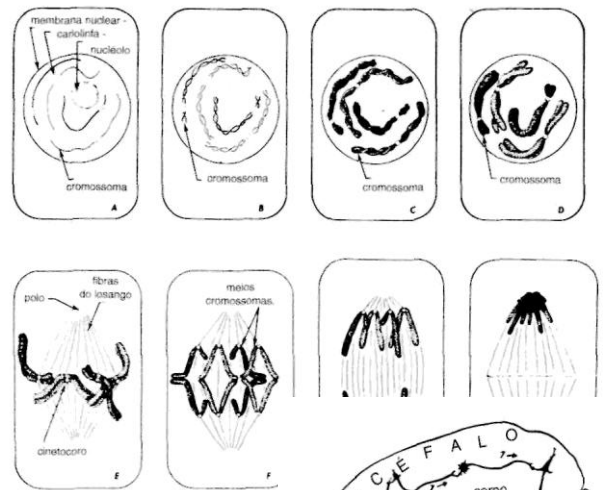
"Não temas o envelhecimento do corpo, já que é assim como o corpo procura a raiz. Procurar as raízes é voltar à fonte, e voltar à fonte é procurar o próprio destino. Procurar o próprio destino é nobreza e a nobreza está plena de valor, e valorosos são os que procuram realizar a meta espiritual além de todas as formas. Assim, procurar a raiz é perseguir essa meta."

A raiz quadrada de dois é a função geométrica que representa a metáfora universal da raiz, e a raiz representa o princípio de transformação. Este momento de transformação está em todas as partes diante de nós, nas raízes das plantas que transformam o mineral em vegetal, nas folhas que transformam a luz do sol no suporte do tecido vivo, na rocha e na pedra desgastadas e transformadas em gases moleculares e líquidos, o líquido se transformando em gás, o gás em matéria sólida, a luz em calor, o calor em movimento mecânico; na germinação de uma semente. Os moluscos transformam o fósforo e o sódio em suas conchas calcáreas; a assimilação do alimento sustenta a criação da experiência mental e espiritual. Tudo está em estado de digestão, assimilação, transmutação. Esta transformação prossegue tanto em cada momento que passa,

* Sobre o desenvolvimento da teoria da transmutação de energia inferior em elementos dos sistemas vivos, veja-se: Biological Transmutations, de Louis Kervan, Swan Books, 1976.

Na passagem de uma célula para duas, há um ciclo de mudança em oito fases com sete intervalos, análogos à oitava musical, ou ao espectro da luz. O sete simboliza estes ciclos; o mês lunar, exemplo perfeito de fases graduais no interior de um processo contínuo, é dominado pelo sete e seus múltiplos. O sete se relaciona mais com o processo do que com a forma, razão porque não existe uma forma simples e natural de desenhar um heptágono a partir de um círculo.

O esquema funcional do sistema nervoso humano também é baseado no sete. A partir da parte inferior do diagrama, temos: 1 - reflexo intrasegmentário: resposta limitada ao segmento estimulado. 2 - reflexo intersegmentário: impulso transmitido por neurônios associativos aos segmentos vizinhos, causando uma resposta muscular coordenada. 3 - controle equilibrador: reações automáticas equilibrantes. 4 - controle sinérgico: controle automático coordenador de ações musculares. 5 - reflexos auditivo (a) e visual (b): respostas automáticas ao ruído repentino ou aos raios de luz. 6 - Controle automático associado a ações musculares complexas. 7 - controle voluntário e inibidor: escolha de respostas baseadas na memória de experiências passadas.



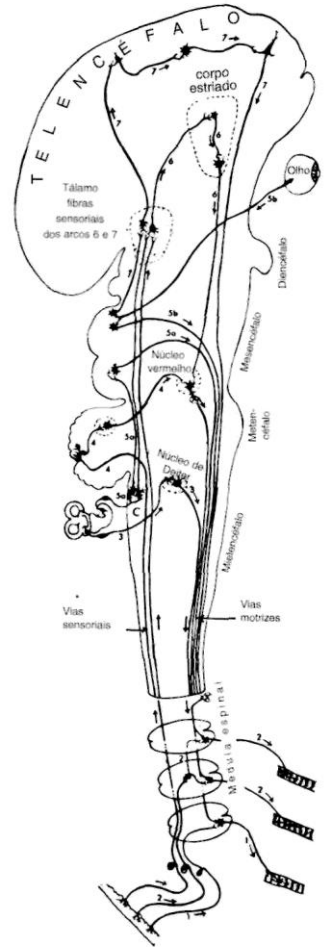
como ao longo dos ciclos evolutivos. A transformação é a condição ubíqua dos mundos e de sua evolução de mineral a planta e de planta a animal, reino que surge de outro reino, volume que se forma com o prolongamento dos vetores convergentes de um volume precedente (veja-se página 72). Há periodicidade, ritmo, oscilação, configuração, frequência, tudo isto é mensurável em unidades de tempo e de espaço. Esta é a gênese dos aparecimentos sequenciais, mas o próprio momento da transformação de um estado para outro, de uma qualidade de ser em outra, de uma forma ou nível de consciência em outro, sempre é um salto, uma aceleração incompreensível, como se estivesse fora do tempo, como quando uma célula se divide em duas. Se considerarmos a vida ou a evolução como apenas a inteligência sequencial, com apenas a faculdade racional de medir, a realidade da gênese sempre nos escapará. Este momento transformador é o único que existe realmente; os mundos dos fenômenos são um reflexo transitório. São o passado e o futuro desta eternidade sempre presente, a única eternidade possível sem duração que é o momento presente.

Resumindo o que observamos no "Caderno de práticas 1", consideremos filosoficamente que o quadrado 1 representa o princípio da unidade, ou esta qualidade da unidade absoluta que é representada na finitude do quadrado como uma unidade, um indivíduo, um todo ou um sistema. O quadrado 2 pode se estender para representar a dualidade e a faculdade de proliferação que é a multiplicidade. Quando o um se transforma em 2, temos automaticamente o potencial de uma multiplicidade infinita mediante a progressão, conforme já verificamos. Assim, a polaridade extrema do universo, a unidade e a multiplicidade, é perfeitamente representada e pode observar-se na simples figura do quadrado e na sua diagonal.

Ampliemos agora este enfoque dos simples e incomensuráveis poderes da raiz como metáforas geométricas do momento supra-racional da transformação, incluindo não apenas a raiz quadrada de dois, mas também a raiz quadrada de 3 e de 5, tal como se vem fazendo em todas as tradições conhecidas da geometria sagrada.

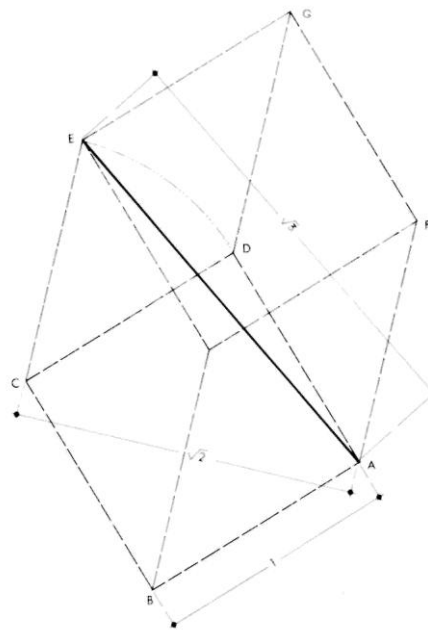
Pode se considerar que a transformação se leva a efeito mediante três processos gerais: o gerador, simbolizado pela raiz quadrada de 2; o formativo, simbolizado pela raiz quadrada de 3; e o regenerativo, simbolizado pela raiz quadrada de 5 e sua função corresponde ao ϕ , Φ , o número áureo (que veremos no capítulo V).

A raiz quadrada de 3 aparece em duas configurações geométricas importantes, e cada uma delas demonstra de maneira diferente seu caráter *formativo*. A primeira, conhecida como a *Vesica Piscis* (literalmente, uma bexiga que ao encher-se de ar adquire a forma de peixe) era o diagrama central da geometria sagrada no misticismo cristão da Idade Média. Constrói-se desenhando dois círculos que têm o centro respectivamente num ponto da circunferência do outro. A segunda configuração que aparece $\sqrt{3}$ é a do cubo cortado pela sua diagonal.





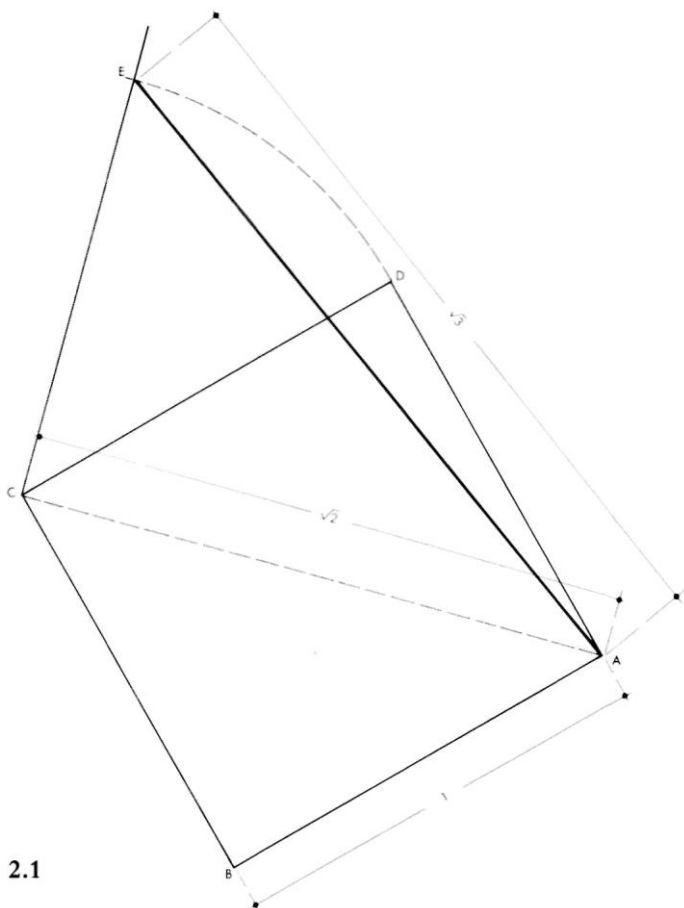
Uma das formas de considerar a "Vesica Piscis" é uma representação do reino intermédio que faz parte tanto do princípio imutável, como do mutável, do eterno e do efêmero. A consciência humana funciona como mediadora, equilibrando os dois pólos complementares da consciência.



Um cubo cujas arestas são iguais a 1; um plano retangular passa diagonalmente através do cubo. Os lados ED e $FB = 1$ e EF e $DF = \sqrt{2}$. Portanto, a diagonal do plano e do cubo EA é igual a $\sqrt{3}$.

Caderno de práticas 2

A $\sqrt{3}$ e a "Vesica Piscis"



2.1

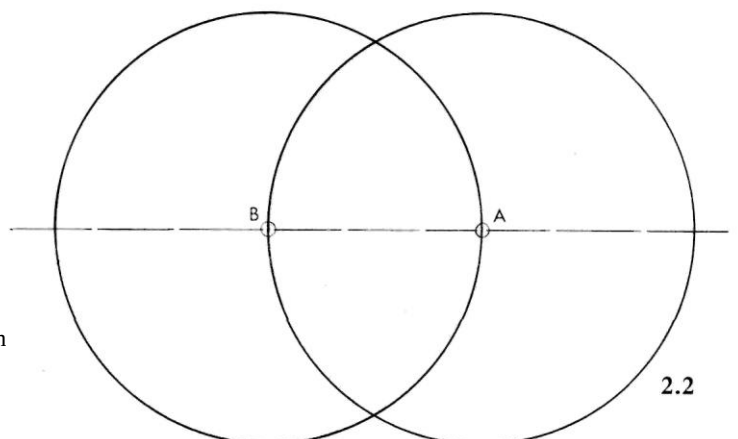
Figura 2.1. Traçar o quadrado $ABCD$ (mostra-se aqui com uma inclinação de 30° para compará-lo

visualmente com a figura representada sobre estas linhas). Traçar a diagonal CA . Traçar uma perpendicular a CA a partir do ponto C (seguindo o método da figura 1.1). Tomando C como centro e como raio o segmento CD equivalente a 1, traçar um arco que corte esta linha perpendicular a CA no ponto E . (Note-se que esta operação também é ilustrada pelo arco descontínuo sobre a face $EGCD$ do cubo representado acima).

Da mesma forma que a divisão da unidade simbolizada pelo quadrado bidimensional projeta a função $\sqrt{2}$, a divisão da unidade simbolizada pelo cubo (que representa o volume tridimensional) projeta a função $\sqrt{3}$.

Figura 2.2. A construção da "Vesica Piscis". Traçar um círculo de qualquer raio de centro A . Escolhendo qualquer ponto B da circunferência deste círculo, traçar outro círculo de raio igual.

Ao ser projetado o círculo inicial (unidade) num perfeito reflexo de si mesmo, se forma uma zona de sobreposição das duas circunferências, definida pelos dois centros (pontos A e B). Esta zona e esta forma se conhecem como a "Vesica Piscis".



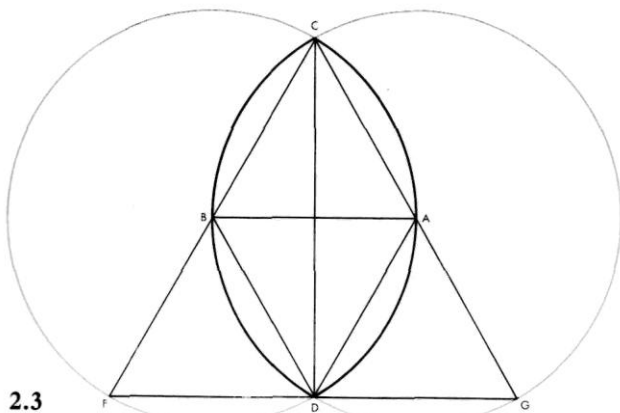
2.2

Figura 2.3. Prova geométrica da proporção $\sqrt{3}$ no interior da "Vesica Piscis".

Traçar o grande eixo CD e o pequeno eixo AB . Traçar CA , AD , DB e BC . Traçando arcos com o raio determinado a partir dos centros A ou B , desenhemos a "Vesica" prolongando-os até aos pontos C e D , comprovando assim que as linhas AB , BC , CA , BD e AD são iguais entre si e iguais ao raio comum aos dois círculos. Temos então dois triângulos equiláteros iguais no interior da "Vesica Piscis". Prolongar as linhas CA e CB até sua interseção com os círculos A e B nos pontos G e F . As linhas CG e CF são diâmetros dos dois círculos e representam portanto duas vezes a longitude de qualquer dos lados dos triângulos ABC e ADB . Traçar FG passando pelo ponto D .

Através do mesmo método, podemos provar que FD e GD também são iguais aos lados dos triângulos ABC e ABD .

S e $A B = 1$, $DG = 1$, $CG = 2$, e, segundo o



2.3

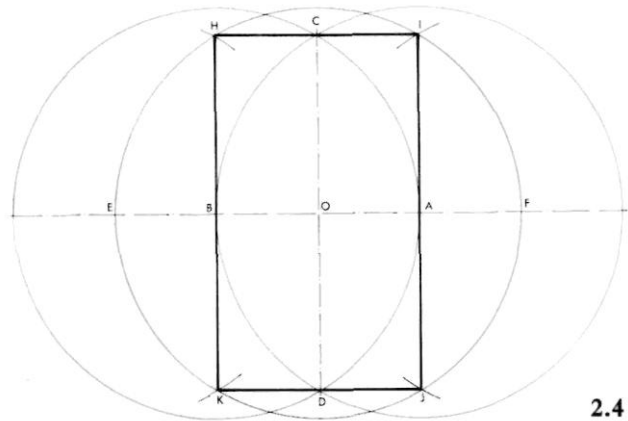
Teorema de Pitágoras, $(a^2 + b^2 = c^2)$, o eixo maior $CD = \sqrt{CG^2 - DG^2} = \sqrt{3}$.

Figura 2.4. Construção geométrica do retângulo $\sqrt{3}$. A partir do ponto O , ou centro da "Vesica Piscis", traçar um terceiro círculo com o raio 1 e um eixo horizontal que bissecciona os três círculos e corta o terceiro círculo em E e F . A partir dos pontos E e F como centros, traçar arcos de círculo sem modificar a posição do compasso,

cortando o novo círculo nos pontos H , I , J e K . Traçar o retângulo de raiz 3 $HIJK$ em que se inscreve a "Vesica".

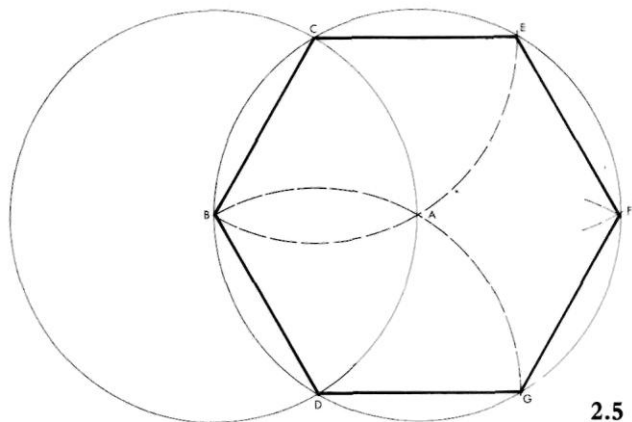
$$HI = OI = \text{raio } AB = 1$$

$$HK = CD = \sqrt{3}$$



2.4

Figura 2.5. Construção do hexágono a partir da "Vesica Piscis". Com a "Vesica" configurada por $ABCD$, traçar um arco a partir do centro C com o raio original $1 = CB$, que corta o segundo círculo em E . Repetir a mesma operação a partir do centro D cortando o círculo em G . Repetir a mesma operação a partir do centro E ou G , cortando o círculo em F . Traçar o hexágono $BCEFGD$.

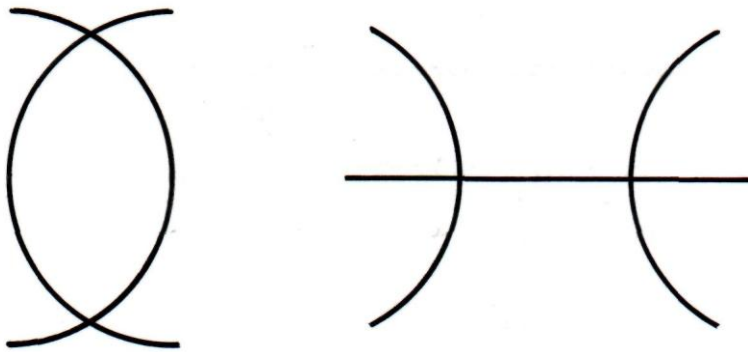


2.5

Há poucas figuras que encerrem tanto significado como a "Vesica Piscis". Keith Critchlow explorou esta forma em profundidade e com grande sensibilidade em seu livro *Time Stands Still*, e mediante o estudo da geometria da catedral de Chartres em seu lindo filme *"Reflections"*; assim, aqui exploraremos apenas algumas de suas interpretações simbólicas.

Os círculos sobrepostos — excelente representação de uma célula ou de qualquer unidade no processo de se tornar dual — formam uma zona central em forma de peixe que é uma das fontes de referência a Cristo, mediante o símbolo do peixe. Enquanto função universal, Cristo é simbolicamente esta região que une o céu e a terra, o superior e o inferior, o criador e a criação. Este peixe é também a designação simbólica da Era de Peixes e, por conseguinte, a "Vesica" é a figura geométrica dominante neste período de evolução

*Comentário
ao "Caderno
de Práticas 2"*



As variações sobre o símbolo do signo zodiacal de Peixes são relacionados com a "Vesica".

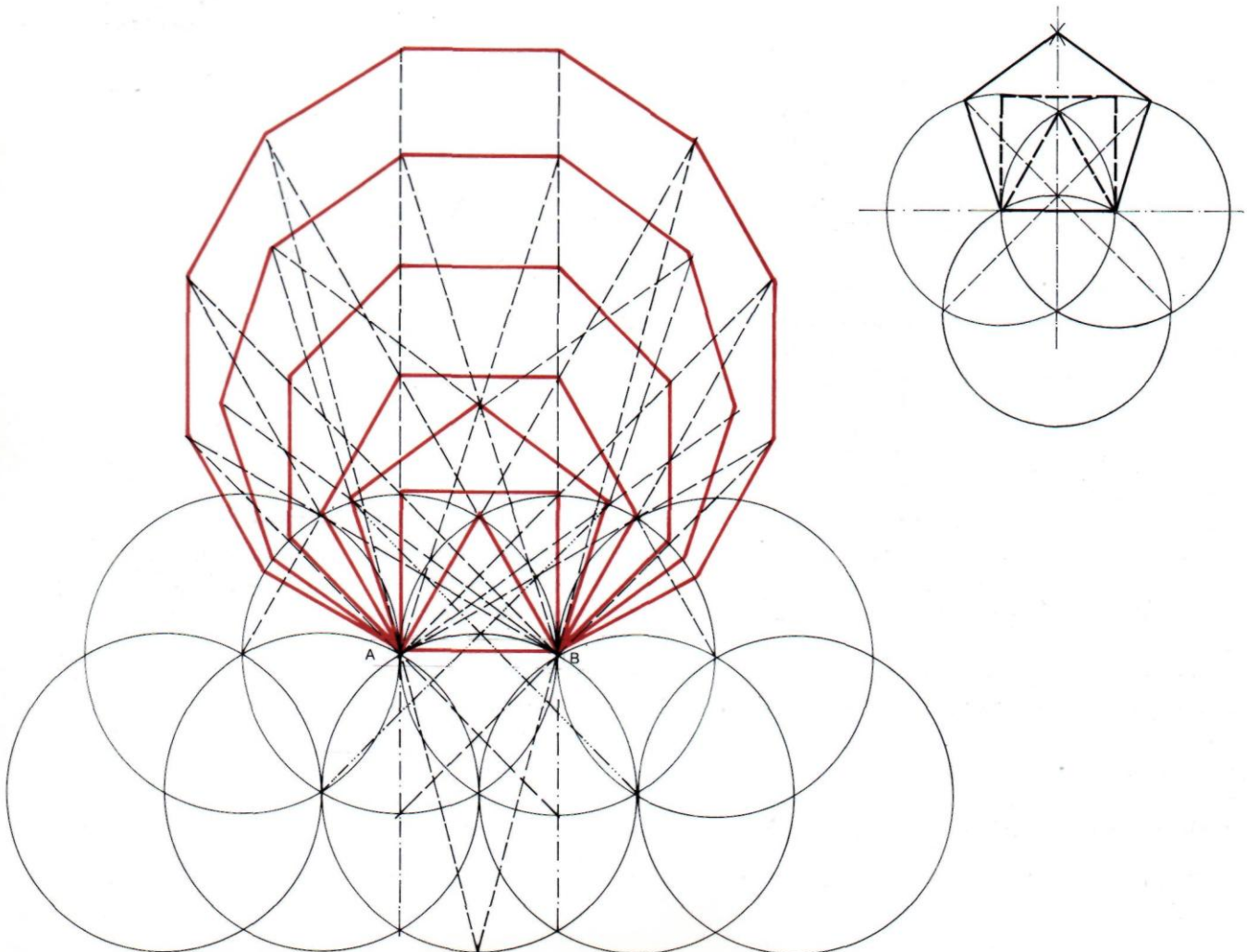
Sucessão dos polígonos que surgem da excisão da unidade. Ao se dividir a unidade representada pelo círculo, seu centro se transforma em dualidade dos pontos A e B. A linha AB se estende naturalmente para formar o triângulo equilátero (assim, todas as coisas, sendo duais por natureza, são 3 por princípio). Ao estender-se para formar o triângulo equilátero define os lados do quadrado (4), do pentágono (5), do hexágono (6), do octógono (8), do decágono (10) e do dodecágono (12).

Para construir esta figura, traçar os círculos originais que formam a "Vesica Piscis" e, em seguida, desenhar os círculos adicionais tal como apresenta o desenho. Os diferentes pontos de interseção projetados definirão os vértices dos diferentes polígonos (linhas a cor). As linhas tracejadas a preto indicam outros pontos de concordância e permitem definir mais vértices. As linhas a cor indicam a posição do pentágono, pois este não surge de uma conexão óbvia entre os pontos (Veja-se o "Caderno de Práticas, figura 3.2).

Esta representação do crescimento sugere inclusive uma árvore. A "Vesica Piscis" pode representar a semente. Mediante sua germinação, surgem as linhas - a cor - (a raiz) e os polígonos (o germen que dá origem aos ramos). A $\sqrt{3}$ contida na "Vesica Piscis" é o poder formativo que dá origem ao "mundo" poligonal.



Cristo no interior da "Vesica Piscis".



cósmica e humana, e é a principal fonte temática em que se inspiram no Ocidente os templos cósmicos dessa era: as catedrais góticas.

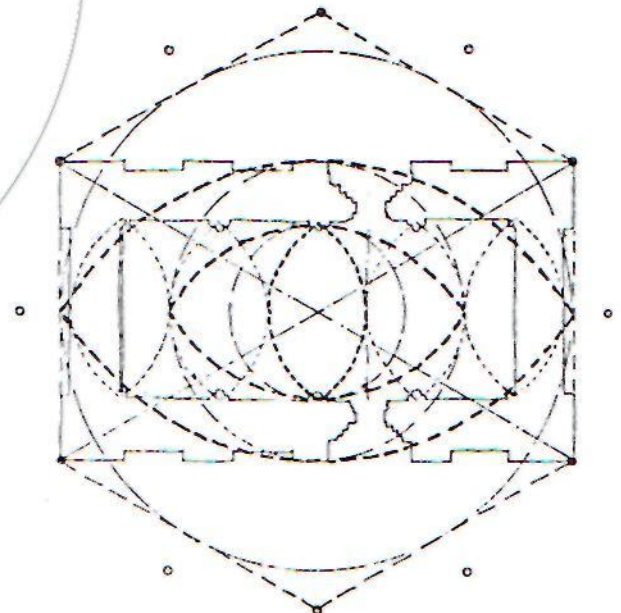
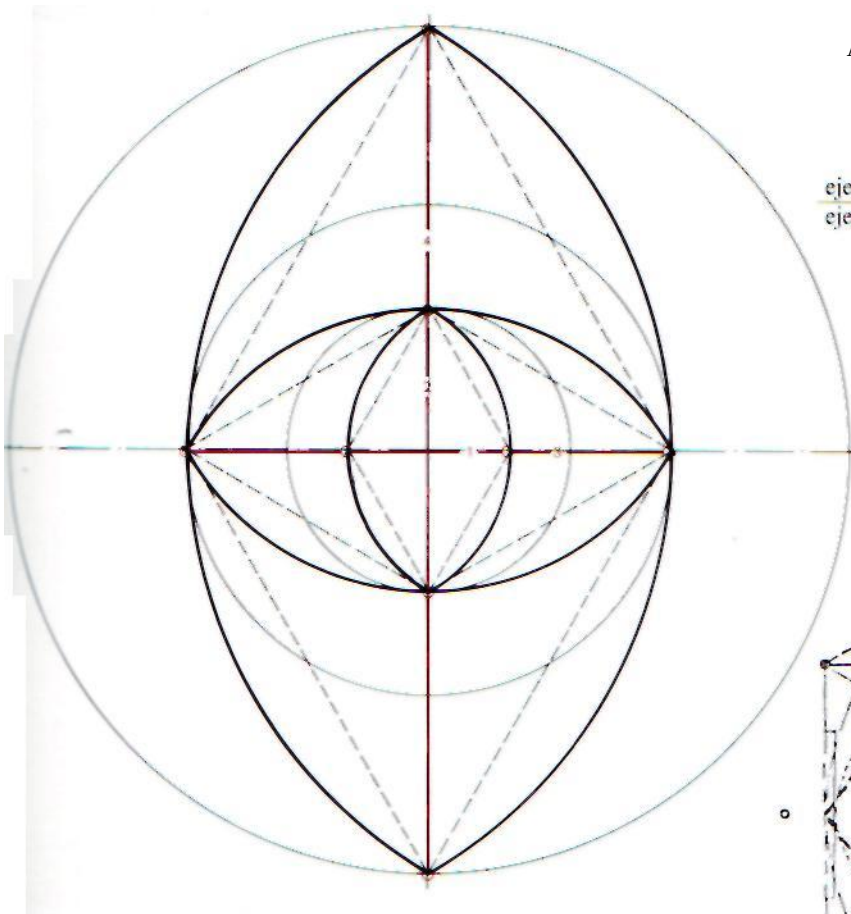
Como centro da "Vesica", Cristo transmite a idéia do princípio "cristão" universal, não substancial, entrando no mundo manifesto da dualidade e da forma. A Era de Peixes se caracterizou por ser a da encarnação formal do espírito na forma, aprofundando assim a materialização do espírito: o mundo se faz carne. Assim, a raiz quadrada de 3 está relacionada com o processo formativo e este vínculo se clarifica mais ao observar a relação da "Vesica" e da raiz quadrada de 3 com o hexágono, que é a simetria da ordem para a medida da terra, a medida do tempo (através dos 360° do "Grande Círculo" dos céus) e também a formação básica dos cristais minerais, em particular a cadeia de elementos do carbono, que permite a formação de todas as substâncias orgânicas. Se consideramos este princípio de formação de um ponto de vista estritamente geométrico, veremos que enquanto $\sqrt{2}$ divide a superfície do quadrado, a $\sqrt{3}$ divide o volume - forma do cubo e devemos recordar que tudo quanto existe no universo criado é um volume. A formação de todo o volume requer estruturalmente a triangulação, já que a trindade é a base criativa de toda forma. O cubo e o símbolo mais elementar do mundo manifesto e formal (o do volume).

A "Vesica Piscis" é também geradora da forma, já que pode dizer-se que todos os polígonos regulares obtêm-se a partir de uma sucessão de construções sobre a "Vesica".

As raízes de 2 e de 5 também se podem derivar deste cosmograma da "Vesica" já que não há simbolização sintética da unidade que não evoque todos os princípios básicos (veja-se página 37). Como diz o Alcorão: "Não há deus que não seja todos os deuses". Mas a "Vesica" enfatiza a $\sqrt{3}$ com a rica textura da contemplação que evoca este símbolo.

A relação entre o eixo menor e o eixo maior da "Vesica Piscis" em crescimento progressivo demonstra visualmente uma progressão geométrica:

$$\frac{\text{eje 1}}{\text{eje 2}} : \frac{\text{eje 2}}{\text{eje 3}} : \frac{\text{eje 3}}{\text{eje 4}} = \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{3}}{3} : \frac{3}{3\sqrt{3}}$$



Planta da capela de St. Mary de Glastonbury, baseada no sistema de $\sqrt{3}$.
Desenho de Keith Crichlow, em *Glastonbury, a Study in Patterns*
(Investigação da organização do Saber Perdido, Londres)

Caderno de Práticas 3

A $\sqrt{5}$

Figura 3.1. Formação do retângulo V 5 a partir do retângulo 1 : 2. Partindo do duplo quadrado $ABCD$, dividido por EF : a partir do centro G e com o raio GA , traçar um arco semicircular que corte o prolongamento da linha EF em H e K . $HK = \sqrt{5}$. $MLKH$ é um retângulo $\sqrt{5}$.

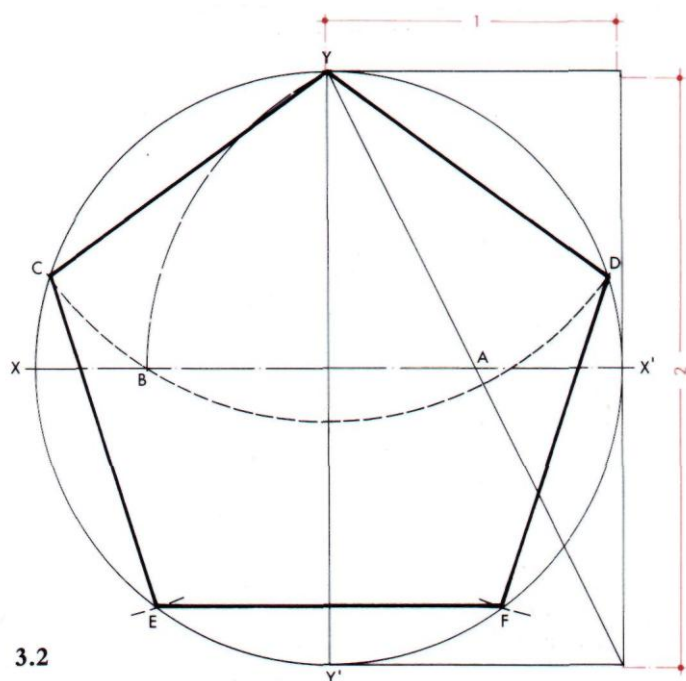
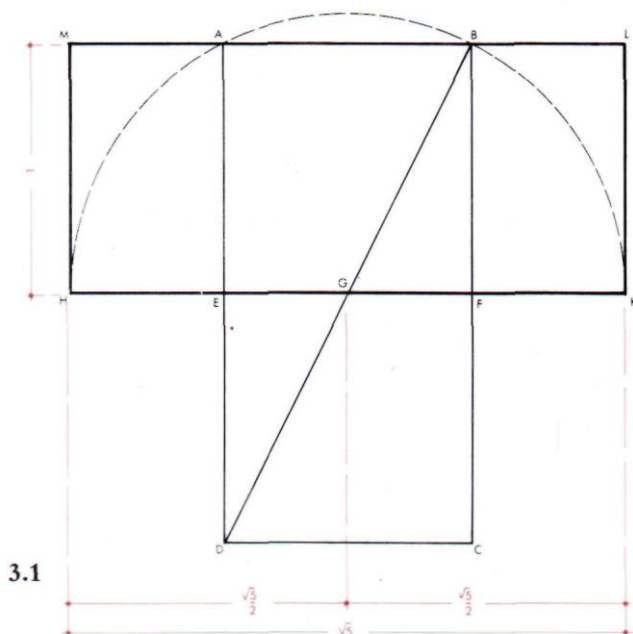
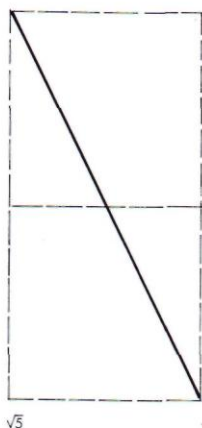
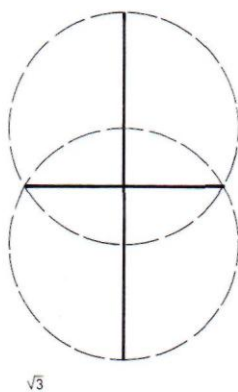
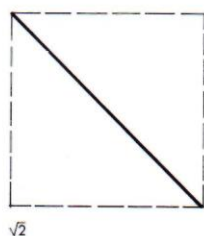
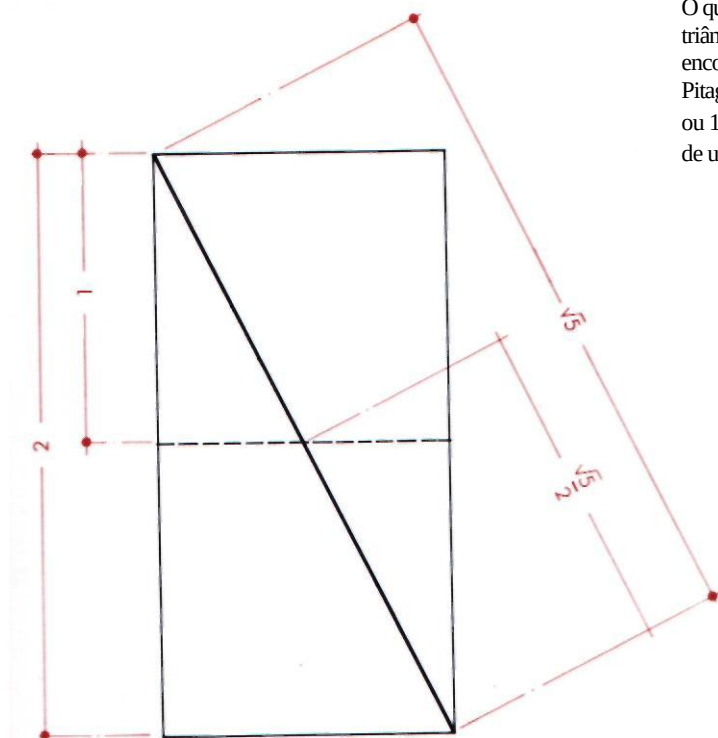


Figura 3.2. A $\sqrt{5}$ e o pentágono. Traçar um círculo, com seu semicírculo inscrito num retângulo correspondente a um duplo quadrado, conforme mostra a figura. Prolongar a linha divisória do duplo quadrado para completar os dois eixos cardinais XX' e YY' do círculo. A partir do centro A e com o raio $AY (= \frac{\sqrt{5}}{2})$, traçar um arco até B . A partir do centro Y e com raio YB , traçar um arco que corte o círculo em C e D . A partir dos centros C e D e sem modificar o compasso traçar outros dois arcos cortando o círculo nos pontos E e F . Traçar o pentágono $YDFEC$.

Estas demonstrações geométricas revelam a relação da $\sqrt{5}$ tanto com o número 5 (enquanto quadrado de $\sqrt{5}$), como com a simetria quádrupla do pentágono.



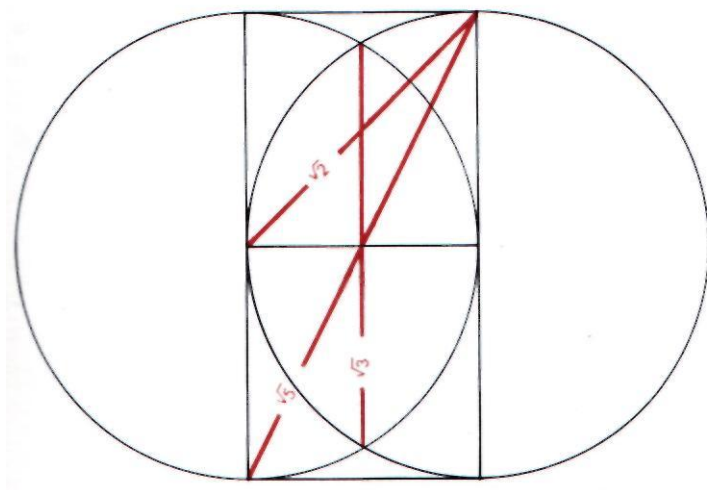
O aspecto das três raízes sagradas pode se resumir neste simples diagrama. Estas três relações-raízes são tudo o que é necessário para a formação dos cinco sólidos regulares ("platônicos") que são a base de todas as formas volumétricas. Também o 2, o 3 e o 5 são os únicos números necessários para a divisão da oitava em escalas musicais. Podemos aceitar, portanto, estas raízes como uma trindade de princípios geradores.



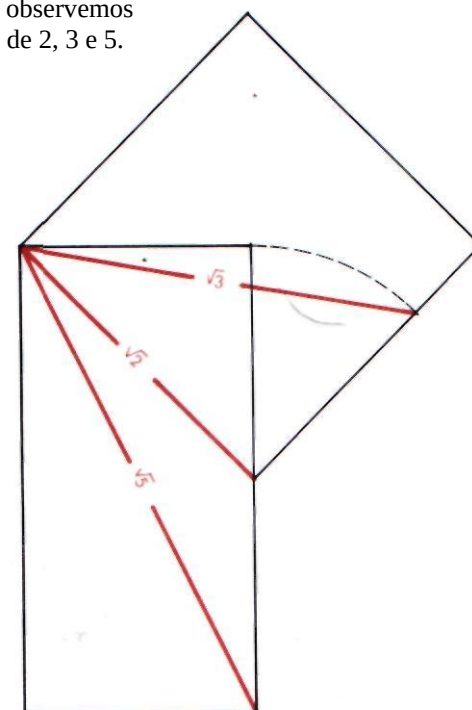
O quadrado duplo dividido por uma simples diagonal forma dois triângulos retângulos, cada um deles de base 1 e altura 2. Para encontrar o valor geométrico da diagonal, aplicamos a fórmula Pitagórica $a^2 + b^2 = c^2$. Neste caso, $a = 1$, $b = 2$, logo, $1^2 + 2^2 = c^2$ ou $1 + 4 = 5$, de tal forma que a diagonal = $\sqrt{5}$ e a semi-diagonal de um quadrado simples = $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Ao que parece, as propriedades divisórias e transformadoras da raiz devem ser consideradas por sua vez propriedade de união e de sintetização, já que tais princípios devem demonstrar as mais das vezes os dois pólos de uma oposição. A raiz quadrada de 5 atravessa dois mundos, indicados pelo quadrado superior e pelo inferior; o mundo do espírito e o mundo do corpo. E todas as formas de relacioná-los ou os princípios mediadores entre estes extremos cósmicos serão considerados como "princípio crístico". A $\sqrt{5}$ é a proporção que dá passagem à família de relações denominada a "proporção áurea". Esta gera uma série de símbolos que eram utilizados pelos filósofos platônicos como fundamento do ideal divino, ou amor universal. É através da "secção áurea" que podemos contemplar o fato de que o Criador plantou uma semente regeneradora que elevará os reinos mortais da dualidade e da confusão para a imagem original de Deus.

Examinaremos brevemente a "secção áurea" e suas ramificações. Mas observemos primeiro o princípio que rege as progressões resultantes das sagradas raízes de 2, 3 e 5.



Os dois elementos principais da geometria sagrada, o círculo e o quadrado, no ato de se dividirem, dão origem às três raízes sagradas. As raízes se consideram poderes geradores, ou princípios dinâmicos, mediante os quais as formas aparecem e se transformam em outras formas.



*Comentário
ao Caderno
de Práticas 3*

IV. A alternância

Já tivemos oportunidade de enfatizar a qualidade fixa e invariável das relações incomensuráveis entre a raiz e a unidade, tal como aparecem nas figuras geométricas. Trata-se de algo similar ao papel estabilizador que desempenha a função raiz no crescimento de uma planta. Mas a raiz é também a que gera a mudança no contínuo das fases irreversíveis e em perpétuo movimento que fazem parte da vida orgânica.

Dado que os antigos pensavam como geômetras, para eles não havia separação entre a geometria e a ciência natural, a cosmologia ou a teologia. A conformidade das matemáticas com as leis naturais da geometria conduzia diretamente a uma das principais premissas filosóficas do pensamento antigo, a da *alternância*. Neste capítulo, examinaremos como os antigos métodos de cálculo revelam e se fundamentam nesta lei universal.

As antigas matemáticas não tinham sistema decimal mediante o qual se pudesse indicar a equivalência numérica da incomensurável raiz quadrada de 2 (1,4142135...). Isto representava uma grande limitação num sistema de notação; a idéia de um número irracional como este era para um antigo geômetra uma lógica absurda. Para ele, a essência do número era um estado: tangível, fixo, mensurável. *Ratio*, a raiz latina de "razão", também significa "medida"; um número irracional era uma contradição inaceitável.

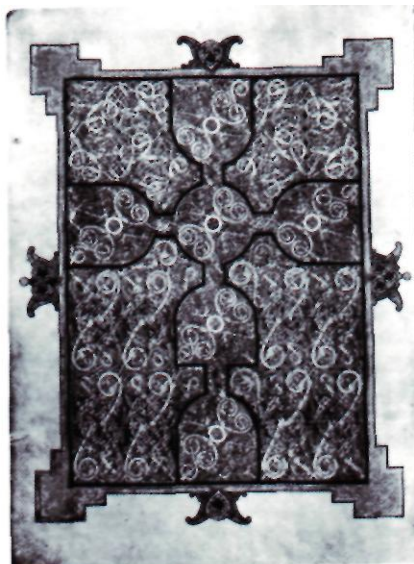
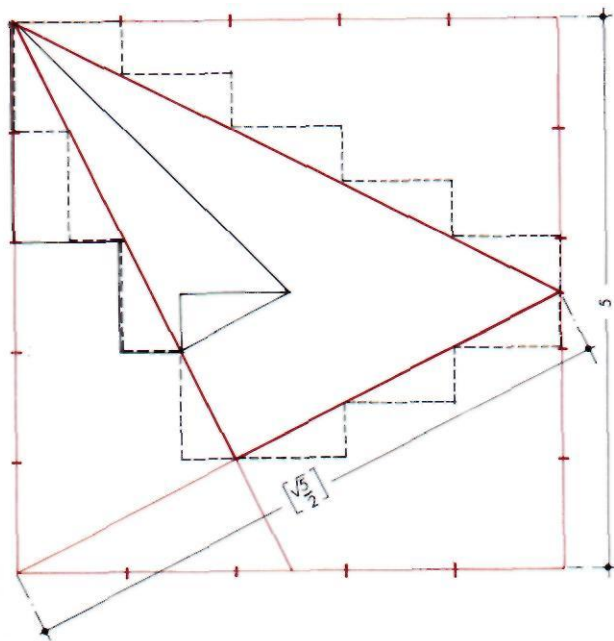
Os dois tipos de números, racional e irracional, representavam dois estados do ser completamente diferentes. Os números inteiros correspondiam à manifestação e eram os termos que se deviam utilizar no cálculo. Cada aspecto do mundo dos fenômenos se via como um momento fixo, instantâneo, causado pela interação de componentes complementares, um momento captado entre a luz e a obscuridade, entre a vida e a morte, entre o dia e a noite, entre a formação, a desintegração e a reforma. Uma formação obtida se representava na antiga geometria mediante o "triângulo de Diofante", que é um triângulo retângulo com os três lados iguais a números inteiros, como 3, 4, 5. Este último chama-se tradicionalmente o "triângulo sagrado", entendendo-se por "sagrado" o fixo ou permanente, simbolicamente relacionado com os ossos sagrados da coluna vertebral, que por estarem ligados entre si, permitem a postura sentada e estável.

Por outro lado, as raízes irracionais simbolizam o processo constante e criativo de ativar e reativar a energia. Esta incomensurável força gestante emana da incompreensível unidade. Aquilo que é compreensível não é mais do que a limitação momentânea deste uno, este ser indefinível e num momento definível: "logo, necessariamente, tudo o que é definível surge de um todo indefinível".

Derivação do triângulo sagrado 3,4,5 mediante o cruzamento de três semi-diagonais $\frac{\sqrt{5}}{2}$ que mostra

também sua prova geométrica. Este diagrama demonstra a relação na geometria sagrada entre o processo e a estrutura. As raízes irracionais, tais como $\sqrt{5}$, são símbolos de processos arquetípicos puros (geração, fusão, transformação etc), enquanto as relações fixas entre números inteiros são as estruturas que surgem para simbolizar estes princípios do processo. Nesta figura, o cruzamento de duas linhas irracionais ($\frac{\sqrt{5}}{2}$) produz o triângulo

"pitagórico" 3,4,5, a figura sobre a qual repousa a racionalidade de nosso pensamento matemático.



Desenho de uma página do Evangelho de Lindisfarne (ano 700), cujas proporções se baseiam no triângulo 3,4,5.

Mus a veneração que impregnava o pensamento dos antigos matemáticos não excluía a utilização destes princípios no cálculo. Em numerosos textos matemáticos pré-euclidianos expõe-se um método que permite expressar estas propriedades da raiz como uma série de relações entre números inteiros. Estas relações aparecem de tal maneira que são alternadamente maiores ou menores do que o incommensurável valor da raiz. Além do esquema alternante, estas relações sucessivas se aproximam cada vez mais do valor da raiz a cada alternância. Expressas desta maneira, as raízes conservam sua qualidade dinâmica ou de "processo", ao mesmo tempo em que revelam o princípio da alternância.

Teon de Ermirna, filósofo e matemático platônico do século II, expôs em seu livro *Matemáticas Úteis para Entender Platão* uma demonstração do que denominamos *números laterais e diagonais*. Referiremos aqui a argumentação completa de Teon relativamente a este assunto, que pela primeira leitura, pode parecer um verdadeiro quebra-cabeças sem sentido. Mas seguindo o procedimento numérico e geométrico, a confusão desaparece, ao mesmo tempo em que a técnica do cálculo se tornará clara, assim como suas implicações filosóficas.

Teon inicia esta demonstração tomando por unidade um quadrado, cujo lado e diagonal assume como iguais ao valor 1. Esta descrição indica um significado esotérico, já que um quadrado com um lado e uma diagonal iguais a 1 é um absurdo para a nossa mentalidade. Contudo, concorda com a fidelidade mística que os antigos professavam no sentido da unidade, pois para eles, todos os aspectos ou diferenciações, fossem o princípio do lado do quadrado ou sua diagonal, eram como um só e iguais a 1 quando estivessem contidos na unidade original. Veremos — quando tratarmos das espirais que outras progressões numéricas também começam necessariamente com este duplo 1; sua utilidade se tornará aparente, se por alguns momentos seguirmos Teon e a utilizarmos.

Vejamos então a demonstração de Teon, a que se seguirá o mesmo conceito, expresso geometricamente.

Da mesma forma que os números possuem em potencial relações com triângulos, tetraedros, pentágonos e outras figuras, também descobrimos que as relações entre os números laterais e os diagonais se expressam em números que correspondem às proporções generativas, porque aqueles são os números que harmonizam as figuras. Portanto, dado que a unidade é o princípio de todas as figuras, segundo a proporção suprema generativa (isto é, a proporção de 1 para 2), assim da mesma forma a relação entre a diagonal e o lado se encontra dentro da unidade. Suponhamos, por exemplo, duas unidades, uma das quais é o lado e outra a diagonal, já que é necessário que a unidade — o princípio de tudo — esteja em princípio tanto na diagonal como no lado. Associemos a diagonal ao lado, e a diagonal dois lados, pois o que o lado pode fazer duas vezes a diagonal pode fazê-lo uma vez.

Isto significa simplesmente que o dobro do quadrado do lado é igual ao quadrado da diagonal. Teon prossegue da seguinte maneira:

A partir deste momento, a diagonal se torna maior que o lado, já que no primeiro lado e na primeira diagonal, o quadrado da unidade-diagonal terá uma unidade menos do que o duplo quadrado da unidade-lado, dado que as unidades respondem à mesma igualdade, mas uma tem uma unidade menos do que o dobro da unidade. Associemos agora a diagonal ao quadrado, isto é, a unidade da unidade, e o lado terá o valor de duas unidades: mas se associamos dois lados à diagonal, isto é, duas unidades à unidade, a diagonal terá o valor de três unidades. O quadrado construído no lado 2 é 4, e o quadrado da diagonal é 9, que é uma unidade maior do que o dobro do quadrado de dois.

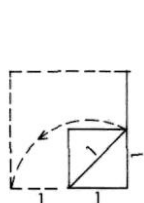
Da mesma forma, associemos ao lado 2 a diagonal 3. O lado é agora 5. Se à diagonal 3 associarmos dois lados, isto é, duas vezes 2, teremos então 7 unidades. O quadrado construído sobre o lado 5 é 25 e o construído sobre a diagonal 7 é 49, que é uma unidade menos do que o dobro do quadrado de 25. Mais uma vez, se ao lado 5 se associa a diagonal 7, obtém-se 12 unidades, e se à diagonal 7 se associam duas vezes o lado 5, obtém-se 17 unidades, cujo quadrado é 289, que é uma unidade maior do que o dobro do quadrado de 12 (288), e se prosseguirmos desta maneira, as proporções se alternam; os quadrados construídos sobre a diagonal serão por vezes menores e por vezes maiores com uma unidade do que o dobro do quadrado construído sobre o lado, pelo que estas diagonais e estes lados sempre serão definíveis.

Caderno de práticas 4

A Alternância

EXPLICAÇÃO DE DEMONSTRAÇÃO DE TÉON

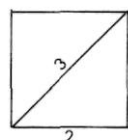
Iniciemos esta demonstração com uma relação teórica entre um quadrado e sua diagonal, a unidade (a unidade original) com o lado e a diagonal, definidos ambos como 1. Prosseguimos gerando relações teóricas com a diagonal segundo o esquema (dado por Téon) de somar a diagonal e o lado do quadrado 1 para obter o lado do quadrado 2 e acrescentando o dobro do lado do primeiro quadrado à diagonal do quadrado 1 para obter a diagonal do quadrado 2. O passo inicial e o prosseguimento podem parecer absurdos neste ponto, mas admitamo-los por um momento e veremos como funciona geometricamente:



QUADRADO A-1

diag. = 1
lado = 1

Acrescentar o valor da diagonal do quadrado 1 ao lado do quadrado 1 para obter o lado do quadrado 2: $1 + 1 = 2$

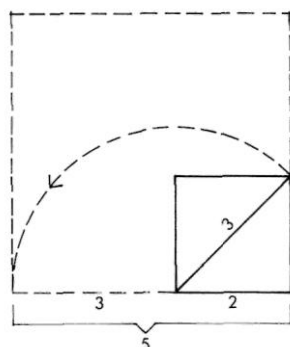


QUADRADO A-2

diag. = 3
lado = 2

Acrescentar o dobro do lado do quadrado 1 à diagonal do 1 para obter a diagonal do quadrado 2, isto é: $1 + 2 = 3$

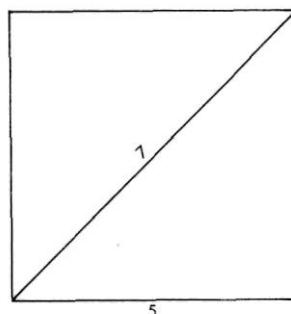
Acrescentar depois o valor da diagonal do quadrado 2 ao lado do quadrado 2 para obter o lado do quadrado 3: $2 + 3 = 5$



QUADRADO A-3

diag. = 7
lado = 5

Acrescentar então o dobro do lado do quadrado 2 à diagonal do quadrado 2 para obter a diagonal do quadrado 3: $3 + (2 \times 2) = 7$.



A relação entre o lado e a diagonal dos quadrados teóricos muda de $1 : 1$ a $3 : 2$ e a $7 : 5$. O quadrado 4 terá uma diagonal de $7 + (2 \times 5) = 17$ e um lado de $5 + 7 = 12$.

Para continuar esta geração, mantemos a mesma regra de acrescentar o valor do lado do quadrado ao valor da diagonal, o que nos dá o valor do lado do quadrado seguinte maior, e depois acrescentar o dobro do valor do lado ao valor da diagonal para obter o valor da diagonal do quadrado seguinte maior:

quadrado	1	2	3	4	5	6
lado	1	2	5	12	29	70
diag. (raiz)	1	3	7	17	41	99

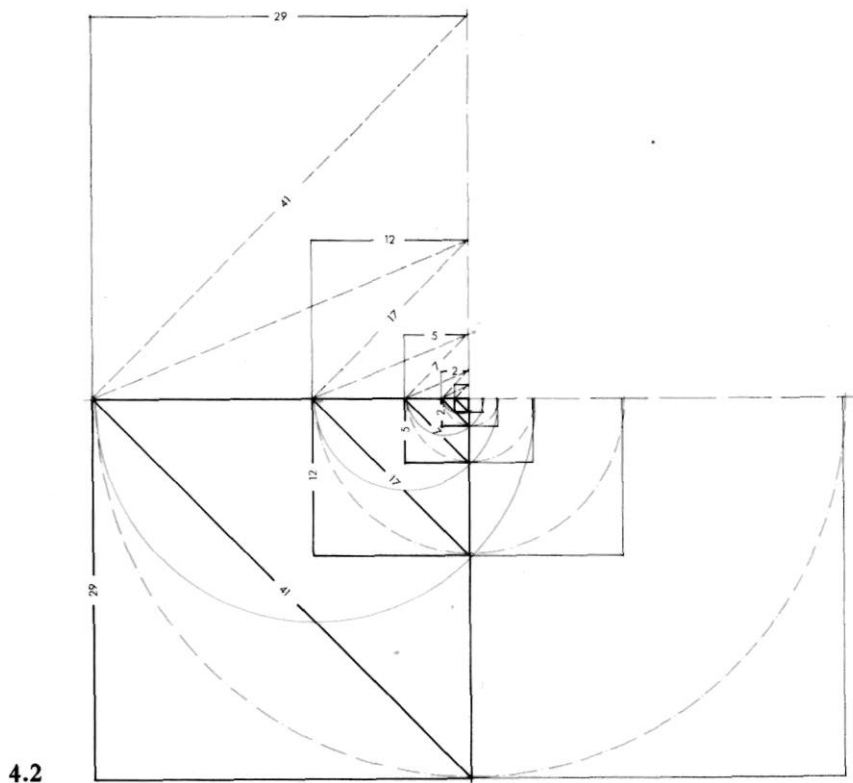
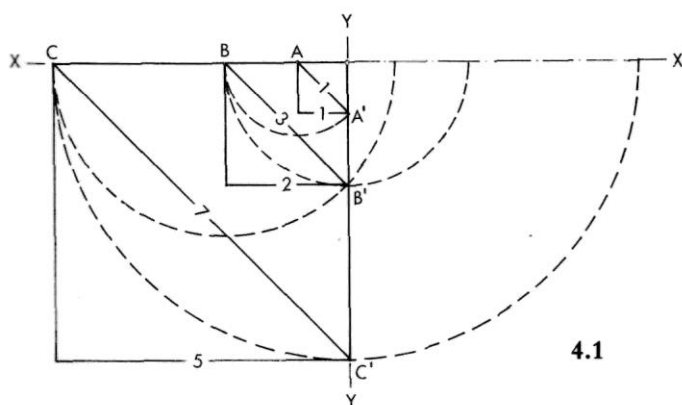
As relações entre a raiz e o lado, $2 : 3, 5 : 7, 12 : 17, 29 : 41$ etc, dão coeficientes que à quinta expansão produziram uma equivalência decimal muito próxima da $\sqrt{2}$ que atualmente utilizamos ($41/29 = 1,414286...$). Estes coeficientes oscilam primeiro por cima, por baixo e de novo por cima, aproximando-se cada vez mais do estado irracional perfeito. Isto exprime claramente, além da alternância rítmica, o conceito de um momento para a perfeição, assim como os aspectos manifestos do crescimento se acercando cada vez mais ao poder causativo da raiz. O poder de excisão contém em si mesmo o poder do retorno à causa.

número lateral	quadrado	dobro quadrado	número diagonal	quadrado do núm. diagonal	diferença
1	1	2	1	1	2-1
2	4	8	3	9	8+1
5	25	50	7	49	50-1
12	144	288	17	289	288+1
29	841	1.682	41	1.681	1.682-1

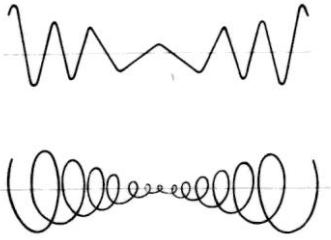
Esta progressão pode continuar indefinidamente, e a tabela anterior verifica a misteriosa afirmação de Teon, segundo a qual o quadrado da diagonal sempre será o dobro do quadrado do lado, mas alternativamente maior ou menor em uma unidade.

Figuras 4.1 e 4.2. A progressão numérica teórica da proporção entre o lado e a diagonal se compara ao desenvolvimento geométrico para mostrar graficamente como a seqüência de números inteiros se aproxima rapidamente da função irracional $\sqrt{2}$. Partindo da unidade do quadrado com A como centro e AA' como raio, traçar um arco que corte o eixo X em B. Com Y como centro e o raio YB, traçar um semicírculo que corte o eixo Y em B'. Com B como centro e o raio BB', traçar um arco que corte o eixo X no ponto C' para determinar o quadrado 3 e seu gerador seguindo o eixo X. Repetir para traçar os quadrados 4, 5...

A raiz do quadrado 1 se torna o gerador do 2; a raiz do quadrado 2 se torna o gerador do 5; a raiz do quadrado 5 se torna o gerador do 12.



Comentário ao Caderno de Práticas 4



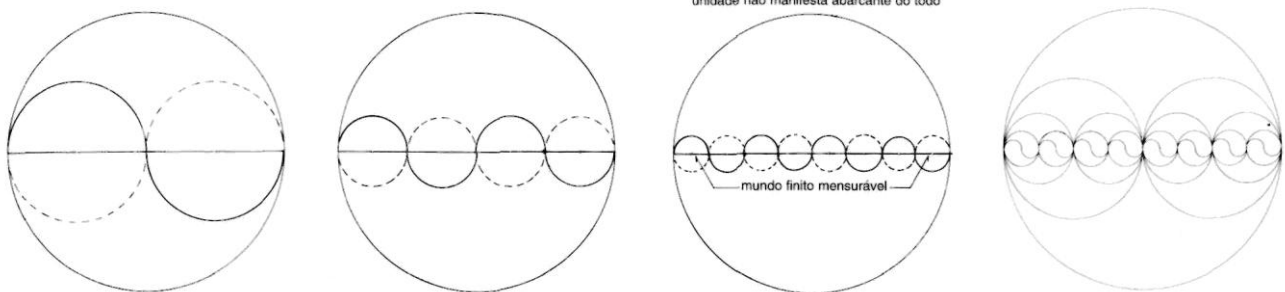
Se fizermos um diagrama do esquema de progressão de Teon, que alterne por cima e por baixo de um centro irracional, mas aproximando-se cada vez mais deste centro, obteremos um esquema geral de ondas convergentes. A análise por computador mostra que estas relações, após muitas alternâncias, atingem grande aproximação à raiz irracional e , em seguida, se afastam gradualmente. Temos assim uma configuração geral em forma de convergência-divergência. Para indicar as três dimensões, também se pode desenhar uma curva, que nos dá a imagem de uma espiral com seu reflexo simétrico, a imagem taoista do movimento dos grandes ciclos do tempo.

A figura 4.2, baseada na demonstração de Teon, foi retirada de *O Templo do Homem*, de R. A. Schwaller de Lubicz, e apresenta um esquema de crescimento mediante a raiz de 2, através do qual funciona tudo o que é natural. O que se revela aqui é uma demonstração precisa, mediante a raiz de 2, do princípio de alternância, uma alternância tanto na potência — a pulsação energética e causal da raiz supra-racional — e também na oscilação formal dos quadrados produzidos por aquela potência.

Se observarmos de novo a tábua de relações entre raiz e lado, 3 para 2, 7 para 5, 17 para 12, 41 para 29, vemos que se obtêm coeficientes que à quinta ou sexta expansão produziram uma proporção igual em precisão à raiz quadrada de 2 que atualmente utilizamos, e que o iniciar a progressão com o lado e a diagonal iguais era funcionalmente correto. Cada coeficiente oscila primeiro acima e depois abaixo, aproximando-se cada vez mais do estado irracional perfeito. Este é um elemento básico contido naquilo que denominamos como "matemáticas de Diofante", as quais estabelecem progressões numéricas que podem ser vistas como representações de sistemas vibratórios, pois uma corda que vibra também se desloca para cima e para baixo de um só abstrato ou ponto imóvel não expressável. Podemos concebê-lo mais poeticamente como um modelo da pulsação da vida cósmica.

O princípio de alternância foi uma fonte de conhecimento metafísico e físico em muitas grandes culturas do passado. Hoje em dia, estamos mais familiarizados com o tema na filosofia taoista, graças à difusão do estudo do budismo zen, que lhe deve muito o princípio do *I Ching*.

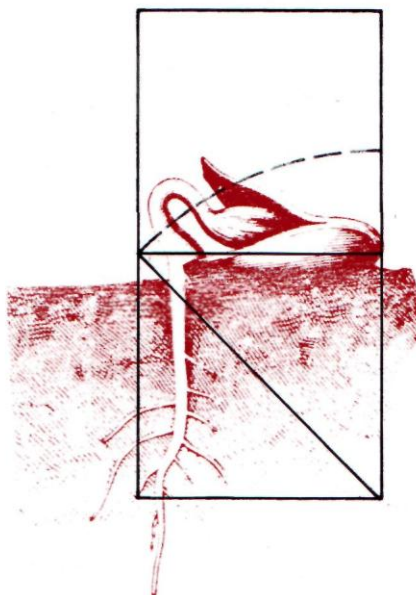
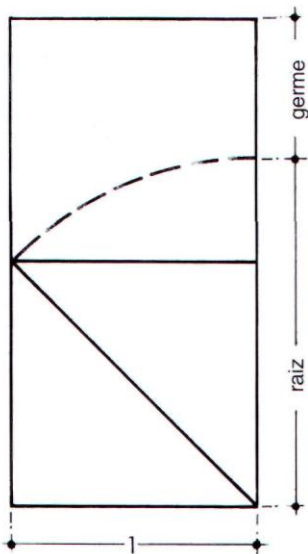
À demonstração Pitagórica se pode acrescentar a esplêndida idéia de R. A. Schwaller de Lubicz do *gérmen*. Quando a raiz, com seu poder de multiplicidade, crescimento e proliferação, se projeta fora da unidade, forma em relação com o 2, um segmento suplementar que geometricamente tem um comportamento similar ao gérmen de uma planta. Referimo-nos ao princípio da raiz que contém um propriedade denominada pelos botânicos como "geotropismo positivo"; dito de outra maneira, o poder de descer, envolver e transmutar de baixo para cima. O gérmen representa assim a propriedade de "geotropismo negativo", ou aquele que causa o crescimento para cima e para fora, isto é, de ascensão completa que culmina na nova semente. Trata-se, pois, de duas direções opostas, dois pólos do mesmo poder. Se se planta uma semente em posição contrária, a raiz começará imediatamente a dirigir-se para baixo, enquanto o gérmen que contém o talo girará para crescer para cima. Um mestre taoista diria relativamente a isto que tudo o que é vida, e o universo inteiro, progride mediante a alternância. A realidade de toda progressão ou evolução é uma alternância e uma oscilação rítmicas. Toda a coisa alterna com seu oposto. Em tudo o que concerne ao movimento natural e cósmico, a única inevitabilidade é a alternância.



O princípio de alternâncias se exprime geometricamente no antigo símbolo taoista do yin e do yang. A forma deste símbolo surge de dois círculos iguais no interior do círculo maior, sendo o diâmetro de cada círculo pequeno exatamente $1/2$ do grande. A relação entre o diâmetro e a circunferência de qualquer círculo é π ; $C/D = \pi$.

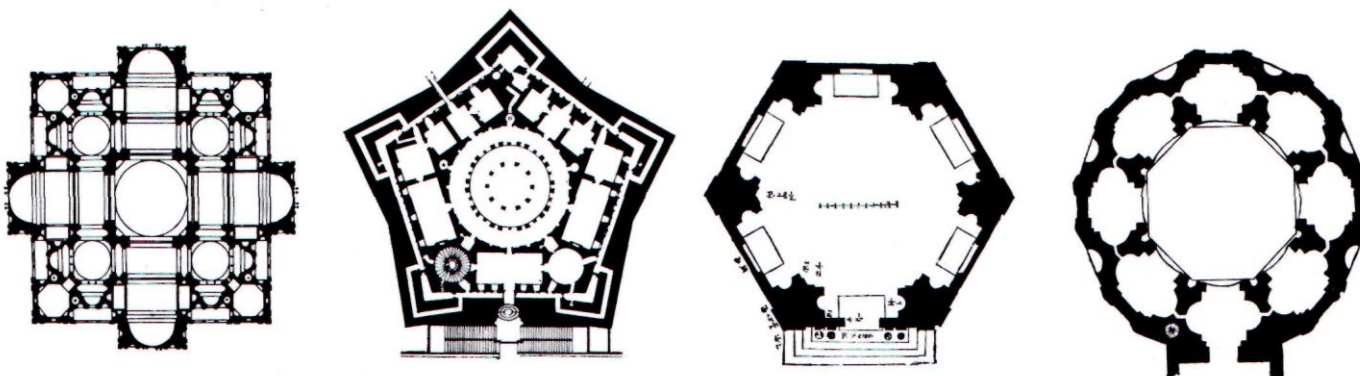
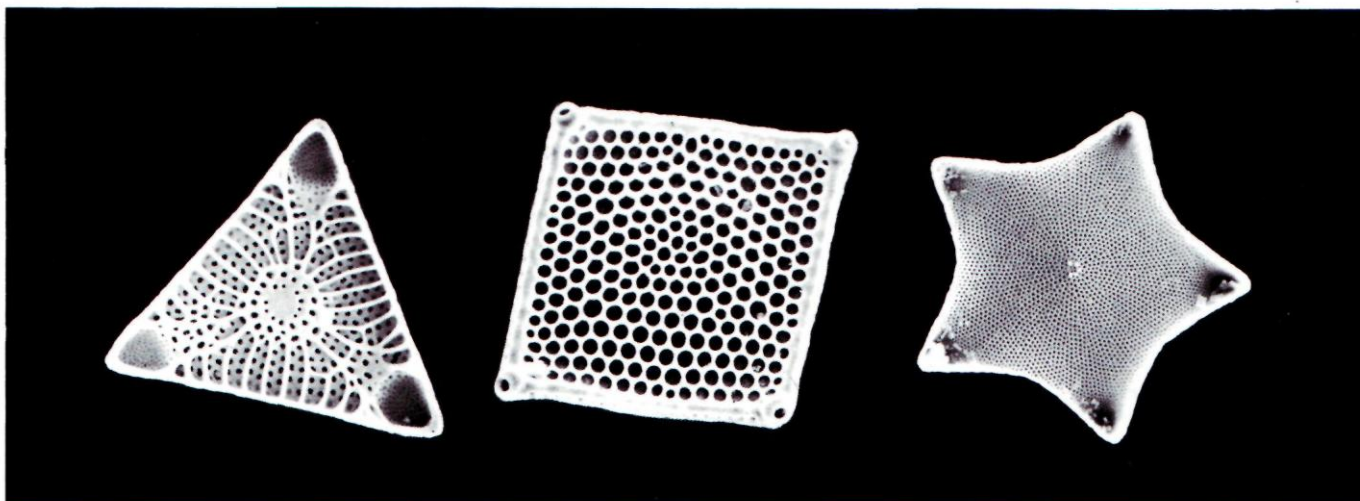
À primeira vista, o símbolo sugere que a divisão da unidade (que aqui é o círculo maior em que se inscrevem os outros) se transforma em duas partes iguais. Esta divisão tem por resultado um equilíbrio estático, sem possibilidade de crescimento. E a divisão assimétrica, conforme já demonstramos na relação $1: \sqrt{2}$, a que cria a proporção e , portanto, a progressão na forma que denominamos crescimento. Mais adiante, na quadratura do círculo, descobriremos o princípio assimétrico contido neste símbolo. Mas é importante notar neste contexto que a

circunferência dos círculos menores é igual a $D/2 \times \pi = \pi D/2$. A soma das circunferências dos dois círculos interiores é igual à circunferência do círculo maior ($2 \times \pi D/2 = \pi D$). As figuras mostram a continuação desta divisão inicial, que são a divisão em 4 e em 8. Este processo de dividir os círculos em dois pode prosseguir indefinidamente; em qualquer momento, a soma das circunferências dos círculos menores continuará igual ao círculo grande original. Este processo pode se prolongar até ao ponto em que a linha ondulante e o diâmetro se tornem indistintas entre si, ilustrando assim o paradoxo de que o diâmetro se torna igual à circunferência do mesmo círculo. Como na demonstração de Teon, este antigo diagrama mostra que na sua origem e no seu fim, toda a diferenciação tende a fundir-se ao aproximar-se da unidade.



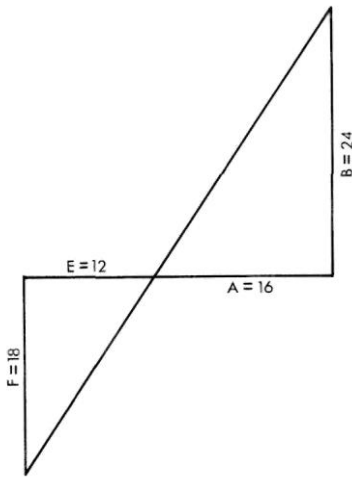
A dicotomia universal se exprime em toda a semente que germina. A semente se divide imediatamente em raiz e germe. Há uma alternância de função, pois o germe proporciona o alimento até a raiz começar a funcionar e logo o germe se transforma nas primeiras folhas, deixando para trás a casca da semente e a raiz se encarrega por sua vez do trabalho de nutrição. Esta função alternante raiz/germe é simbolizada geometricamente no "Caderno de práticas 4" (figura 4.2), em que a raiz de um quadrado é igual ao germe do quadrado seguinte e assim sucessivamente em cada quadrado.

Esta figura ilustra uma comparação que, como todas as comparações em filosofia geométrica, é do tipo proporcional triplo: $a:b :: b:c$. Neste caso, a raiz/germe geométrica está relacionada com o princípio universal raiz/germe da mesma forma em que este princípio está relacionado com a expressão botânica de raiz e germen. Estamos explorando geometricamente um pensamento analógico e proporcional, mais do que seguindo uma lógica equacionai rígida.



Os números que surgem do triângulo "pitagórico" 3,4,5 produzem formosas simetrias nas formas naturais. Esta série começa com uma expressão natural do triângulo equilátero e conclui com uma série de simetrias em que se inspiram as plantas de edifícios na arquitetura renascentista.

V. A proporção e a "secção áurea "



Uma proporção descontínua de quatro termos pode se representar graficamente mediante triângulos semelhantes, colocados no cruzamento de um eixo horizontal com outro diagonal. Para ilustrar a proporção

$$A : B :: E F, \text{ ou}$$

$$16 : 24 : 12 : 18 = 2/3,$$

traçar um segmento linear $E = 12$ e a linha $A = 16$ na mesma horizontal, cujos extremos se tocam em O . Elevar a perpendicular B a partir do extremo da linha A , para estabelecer uma relação proporcional qualquer com 16, neste caso, $B = 24$. O quociente $A : B = 2/3$. Traçar uma diagonal desde o extremo superior de B passando por O . Esta diagonal sempre interceptará a perpendicular projetada a partir do extremo de E , de tal forma que o segmento F terá a mesma relação com E , como B com A , verificando assim geometricamente que quando se têm três termos de uma proporção de quatro termos, sempre é possível encontrar o quarto termo.

O objetivo de muitos dos ensinamentos esotéricos tradicionais era voltar a aproximar a mente ao sentido da unidade mediante uma sucessão de relações proporcionais. Uma proporção é formada por quocientes, e um quociente é uma comparação entre tamanhos, quantidades, qualidades ou idéias diferentes e se exprime pela fórmula $a : b$. O quociente constitui pois a medida de uma diferença; diferença a que pelo menos uma de nossas faculdades sensoriais pode responder. O mundo percebido compõem-se assim de intrincados padrões inter-relacionados, que Gregory Bateson denomina "diferenças que constituem uma diferença". Desta forma, não apenas a relação $a : b$ é uma noção fundamental para toda a atividade de percepção, como também assinala um dos processos fundamentais da inteligência, na medida em que simboliza uma comparação entre duas coisas, e é portanto a base elementar do entendimento conceitual.

Mas uma proporção é algo mais complexo, pois é uma relação de equivalência entre dois quocientes, isto é, onde um elemento está para o segundo elemento, como um terceiro está para o quarto: a está para b como c está para d ; ou $a : b :: c : d$. Representa um nível de inteligência mais sutil e profundo do que a resposta direta à simples diferença que é o quociente, e se conhecia no pensamento grego como *analogia*.

Quando pensamos em quatro elementos, ou seja, em dois quocientes diferentes, situamos nosso pensamento no nível da manifestação do mundo natural, já que quatro é o número-símbolo que indica o mundo finito, racional, mensurável, da forma procriada.

Assim, $a : b :: c : d$ é uma fórmula geral de quatro elementos relacionados entre si. Isto mesmo se pode exprimir numericamente como $2 : 4 :: 3 : 6$. Os pitagóricos denominavam este processo de pensamento como uma *proporção descontínua* de quatro termos.

Se em seguida nos limitarmos a três termos, isto é, se nos elevarmos de um nível, para o reino dos princípios ou atividades (qualidade do três), vemos que a determinação se torna mais exata com a redução do número de elementos implicados. Assim, um elemento está para um segundo elemento como um segundo elemento está para o terceiro: $a : b :: b : c$. Aqui, os extremos estão unidos mediante um termo médio, b . Os gregos chamavam a esta *proporção contínua* de três termos, e isto indica uma mudança decisiva na simbolização dos processos perceptivos e conceituais. Nicômano e outros filósofos gregos estimavam que era a única que se podia considerar estritamente *análoga*. E o próprio observador (b) quem forma a equivalência ou identidade entre as diferenças observadas (a e c). O perceptor já não permanece fora da atividade comparativa como no modo de quatro termos, descontínuo ou disjuntivo, que representa a diferença percebida como quocientes ou distinções isoladas.

Talvez aqui seja útil um exemplo. Nossa experiência do mundo se deve a que nossos órgãos da percepção são sensíveis às variações nos modelos de frequência de ondas que rodeiam e impregnam nosso campo de consciência. Se distinguimos uma vasilha vermelha de um casaco verde é apenas porque nossos nervos óticos enviam ao cérebro um modelo de ondas que corresponde ao modelo de frequências que emanam da vasilha e do casaco. O próprio receptor é portanto o vínculo indispensável para o registro desta variações dos modelos exteriores de frequência, ao interpretá-los e distingui-los como objetos tais como uma vasilha e um casaco.

Muitos filósofos falam em atingir um estado de consciência em que uma pessoa está constantemente consciente desta integração e sintonização entre o campo vibratório aparente exterior e o campo interior da percepção. Este modo de consciência perceptiva, que consideramos comparável à proporção contínua tripartida, é o que Sri Aurobindo denominou "conhecimento por identidade" e considerou como uma etapa importante no processo do desenvolvimento espiritual: ao mesmo tempo em que reconhecemos uma fonte

exterior de experiência, também reconhecemos que está num contínuo fluxo de relações com nossas faculdades internas de percepção e cognição, e é esta relação, e não o objeto exterior em si, o que estamos experimentando. O mundo objetivo é portanto interdependente em relação à totalidade da condição física, mental e psicológica do indivíduo que o percebe e, por conseguinte, se verá alterado pelas mudanças na sua condição interna. É possível tornar-se consciente de que extraímos o objeto externo da totalidade de nosso espaço interior, fundindo assim a contemplação de si mesmo e do mundo.

Existe então uma proporção tripartida que se aproxime tanto do sentido da unidade que possamos nos acercar ao pensamento proporcional? A resposta a esta pergunta é não; isto porque há apenas uma divisão proporcional que é possível com *dois termos*. Esta, dá-se quando o termo menor está para o termo maior da mesma forma que o termo maior está para o menor mais o maior. Escreve-se assim: $a : b :: b : (a + b)$. O termo maior $(a + b)$ deve ser um todo ou unidade composta da soma dos outros dois termos.

Historicamente, esta proporção geométrica única de dois termos recebeu o nome de "proporção áurea" e se designa mediante a vigésima primeira letra do alfabeto grego, o "phi" (Φ), embora fosse conhecida em culturas muito anteriores à grega.

Há duas formas substancialmente diferentes de considerar esta proporção geométrica primária em relação à unidade. A primeira dá-se quando o termo maior — neste caso, $(a + b)$ — é maior do que 1.0 segundo caso dá-se quando o termo maior $(a + b)$ é igual à unidade (na fórmula, $a : b :: b : 1$). Cada uma delas revela uma importante característica do Φ .

O que estamos seguindo neste capítulo é essencialmente uma descrição teórica de todos os tipos possíveis de proporções geométricas. Isolamos primeiro duas séries principais de proporções geométricas, a de quatro e a de três termos. Dentro da proporção contínua de três- termos, definimos uma sub-série especial em que o terceiro termo é igual ao primeiro termo mais o segundo, $a : b :: b : (a + b)$, de tal modo que na realidade apenas há dois termos, a e b , na proporção de três termos. Esta denomina-se Φ , a "proporção áurea". O fato de que seja uma proporção de três termos construída com dois termos é a sua primeira característica e é paralela ao primeiro mistério da Santíssima Trindade: três que são dois.

Na primeira figura, duas linhas de igual tamanho, foram divididas de forma a que $a : b :: b : (a + b)$ ou $b/a = \Phi$. O primeiro caso mostra uma proporção na qual a linha inteira é maior do que a unidade. A unidade se define como o segmento b com o segmento a , um prolongamento deste, unido a ele, que conforma a linha completa $a + b$. No pensamento proporcional não há quantidades fixas, apenas relações fixas. O valor quantitativo pode mudar, mas a configuração relacionai continua sendo a mesma. Aqui definimos $b = 1$ para nos assegurarmos de que o todo seja maior que a unidade e seja também uma expansão relacionai da unidade.

Primeiro termo = a

Segundo termo = $b = 1$

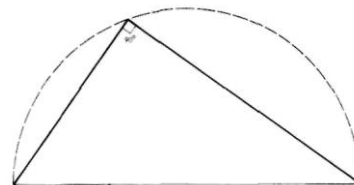
Terceiro termo = $b + a = a + 1$

$$\frac{a}{b} : \frac{a}{a+b} \quad \text{o} \quad \frac{b}{a+1}$$

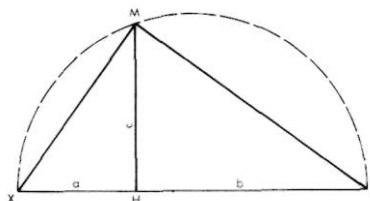
Existem numerosos exemplos deste tipo de proporção, em que o terceiro termo $(a + b)$ é maior que um, tanto na progressão Φ , como na proporção fundamental $\sqrt{2}$:

$$\frac{a}{b} : \frac{b}{a+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{1+1} \quad \text{o} \quad \frac{a}{b} : \frac{b}{a+1} = \frac{1/\Phi}{1} : \frac{1}{1/\Phi+1}$$

Estes dois exemplos são retirados de famílias de proporções geométricas de três termos em que o terceiro termo é uma expansão relacionai da unidade e, portanto, é maior do que a unidade.



Para representar geometricamente uma proporção contínua de três termos, podemos utilizar o Teorema de Tales, que afirma que qualquer ângulo inscrito num círculo é um ângulo reto.

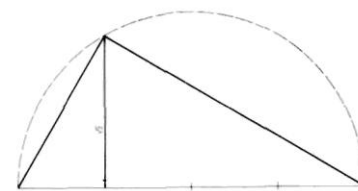
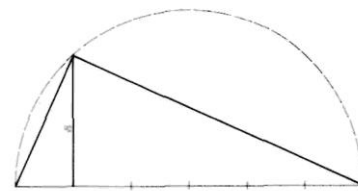


Traçar a linha xy e a partir de seu centro O ; traçar um semicírculo cujo diâmetro seja xy . Elevar uma linha qualquer HM perpendicular a xy que termine na circunferência. Unir os pontos Mx e os pontos My para formar o triângulo retângulo xMy . Teremos então:

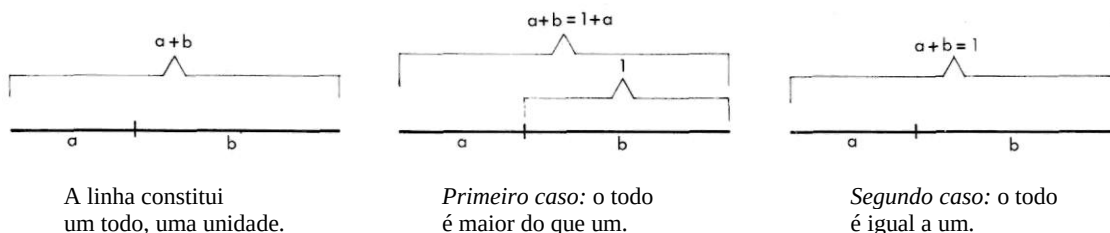
$$\begin{aligned} \Delta xMy &\approx \Delta xHM \\ \Delta xMy &\approx \Delta MHy \\ \Delta xHm &\approx \Delta MHy \end{aligned}$$

Pela lei dos triângulos semelhantes, verificamos que a perpendicular HM é o termo médio geométrico entre a linha xH e a linha Hy . Portanto, os segmentos das três linhas serão a representação geométrica de uma proporção contínua de três termos do tipo

$$a : b :: b : c.$$



Qualquer que seja o ponto do diâmetro a partir do qual se eleva esta perpendicular, sempre será o termo médio geométrico entre os dois segmentos do diâmetro.



Na segunda figura, damos o valor da unidade não a uma parte, mas ao todo, de maneira que suas divisões devem ser menores do que 1. Ao fazer isto, encontraremos a segunda e especial característica do 0 : é a única partição geométrica da unidade. Este procedimento de mudança do valor é típico de numerosos problemas expostos nos textos matemáticos mais antigos que se conhecem, tanto do Egito, quanto da Babilônia e era uma técnica básica do antigo procedimento matemático. Neste caso:

$$\text{Primeiro termo} = a = 1 - b$$

$$\text{Segundo termo} = b = 1 - a$$

$$\text{Terceiro termo} = a + b = 1$$

$$\begin{aligned} \text{así pues, } \frac{a}{b} &: \frac{b}{1} \\ b^2 &= a \times 1 \\ b^2 &= a \\ b &= \sqrt{a} \end{aligned}$$

Esta fórmula algébrica é inteiramente demonstrada geometricamente no "Caderno de Práticas 5". Aqui temos a raiz de a sendo igual à raiz de b^2 , de tal maneira que a relação entre a e b é a mesma que entre a raiz e o quadrado. Isto requer que o terceiro termo da proporção geométrica $a + b = 1$ seja neste caso um quadrado mais sua raiz = 1. Φ é a única divisão que cumpre esta característica: $1/\Phi + 1/\Phi^2 = 1$. Isto completa a metáfora matemática da Trindade: "três que são dois, que são um". É a redução final do pensamento proporcional de uma singularidade causai.

Se utilizarmos uma vez mais a proporção como modelo da atividade perceptiva baseada no reconhecimento das diferenças, teremos nesta proporção áurea única "dentro" da unidade um caso em que a diferença percebida (a que experimentamos como objeto), mais o perceptor deste objeto, são simbolizados como contidos no reconhecimento ininterrupto de uma unidade que abarca o todo, $a : b :: b : 1$. Este estado de percepção corresponde ao objetivo da meditação dinâmica.

A "proporção áurea" é uma razão constante derivada de uma relação *geométrica* que, da mesma forma que o π e outras constantes deste tipo é irracional em termos numéricos. Devido a isto, evitamos apresentar inicialmente a proporção áurea como uma quantidade numérica, $\Phi = 1,6180339...$, ou $\Phi = (\sqrt{5} + 1)/2$, mas preferimos demonstrar que é antes de tudo uma proporção, não um número, uma proporção sobre a qual se funda a experiência do conhecimento.

Em certo sentido, a proporção áurea pode considerar-se supra-racional ou transcendente. Na verdade, o primeiro produto da unidade, a única dualidade criativa possível no interior da unidade. Poderia dizer-se que é a relação mais íntima que pode ter a existência proporcional — o universo — com a unidade, a divisão primeira ou primária do uno. Por este motivo, os antigos a chamavam "áurea", a divisão perfeita, e os cristãos relacionaram este símbolo proporcional com o filho de Deus.

Poderíamos perguntar agora, por que não pode a unidade simplesmente se dividir em duas partes iguais? Por que não ter uma proporção de um termo, tal como $a : a$? A resposta é que, simplesmente, com a igualdade não existe *diferença*, e sem diferença não há universo perceptivo pois, como dizem os Upanishad, "saibamos ou não, todas as coisas recebem sua existência daquele que as percebe". Na formulação estática da equação,

uma parte anula a outra. É necessária uma divisão assimétrica para criar a dinâmica da progressão e extensão a partir da unidade. Portanto, a proporção Φ é a divisão perfeita da unidade: é criativa e ainda assim todo o universo proporcional que dela resulta continua relacionado com ela e está literalmente contido nela, pois nenhum termo da divisão original se separa de uma relação direta com a divisão inicial da unidade. É a diferença essencial entre a divisão da unidade pela raiz quadrada de 2 e sua divisão por Φ , sendo ambas proporções geométricas. Conforme mostra a geometria da primeira, mediante a criação de $\sqrt{2}$, vemo-nos imediatamente projetados fora do quadrado original (veja-se o "Caderno de Práticas 1"). Isto marca o início de uma progressão e proliferação infinitas e em constante expansão, que nos afasta cada vez mais da unidade original. Não há forma possível de obter mediante a $\sqrt{2}$ uma divisão geométrica *interna* da unidade. A divisão por 0, por sua vez, proporciona um modelo de evolução cujo objetivo é a imagem da perfeição da unidade original

Progressão mediante a divisão áurea

$$\frac{1}{\Phi^3} : \frac{1}{\Phi^2} :: \frac{1}{\Phi^2} : \frac{1}{\Phi} :: \frac{1}{\Phi} : 1 :: 1 : \Phi :: \Phi : \Phi^2 :: \Phi^2 : \Phi^3 \dots \text{etc.}$$

Progressão mediante a divisão por $\sqrt{2}$

$$1 : \sqrt{2} :: \sqrt{2} : 2 \dots \text{etc.}$$

Para analisar estas duas progressões, devemos recordar algumas idéias básicas recorrendo à gramática da nossa linguagem geométrica. Um número ao quadrado, como o 0^o, representa o primeiro plano da manifestação, o da *idealização* ou *imagem* em que uma noção se torna compreensível pela primeira vez. Um número ao cubo, como o 0^o, representa esta mesma noção, idéia ou imagem em sua forma manifesta, física e volumétrica. Os inversos destes símbolos ($1/\Phi^2$ e $1/\Phi^3$) são os mesmos princípios contidos na unidade, isto é, são frações ou partes internas do um, que representam os estágios pre-conceituais destes níveis de manifestação. Recordemos também que um é o símbolo de Deus. A divisão áurea é a única proporção contínua que produz uma progressão na qual os termos que representam o universo exterior (Φ^2 e Φ^3) são o reflexo exato, contínuo e proporcional da progressão interna ($1/\Phi^2$ e $1/\Phi^3$): o sonho criativo de Deus. A progressão $\sqrt{2}$, pelo contrário, é estritamente um poder procriador, que funciona generativamente apenas no plano exterior.

Contrastemos de novo as qualidades destas duas progressões geométricas, Φ e $\sqrt{2}$, enquanto modelos de evolução — sendo a progressão uma analogia adequada do processo evolutivo — e vejamos agora a fase de evolução que vai do princípio metafísico e proporcional ao mundo físico. A progressão áurea mostra a possibilidade, não de uma evolução quantitativa, estatística (como no modelo da $\sqrt{2}$, a que se conforma a adaptação darwiniana), mas sim de uma evolução guiada desde dentro, uma exaltação das qualidades iniciais da idealização divina que passa diretamente do abstrato para o concreto ou visível, na qual o mundo manifesto é uma imagem do divino, uma réplica do filho de Deus (unidade). A proporção áurea representa a evidência proporcional indiscutível da possibilidade de uma evolução consciente, assim como de uma evolução da consciência.

São João escreveu sobre o momento criador ou excisão original: "No princípio era o Verbo (ou em grego, *logos* que significa uma proporção de três termos) ...e o Verbo estava em Deus (a expressão "em Deus" pode ser entendida também "com Deus") ...e Deus era o Verbo." Observando detidamente as implicações geométricas das proporção áurea:

No princípio era o Verbo
E o Verbo estava em Deus
E Deus era o Verbo.

Caderno de práticas 5

A proporção Áurea

Iniciemos nossa busca de uma divisão geométrica que requeira apenas dois termos utilizando duas idéias geométricas que já nos são familiares: o triângulo retângulo inscrito num semicírculo (Teorema de Tales) e a $\sqrt{2}$ ("Caderno de Práticas 1") que, neste caso, será o raio daquele semicírculo. Tal como se mostrou na página 45, podemos utilizar a $\sqrt{2}$ como raio para obter uma divisão dos segmentos da linha a, b, c , numa proporção geométrica de três termos.

Figura 5.1a. Partindo do quadrado $ABCD$, projetar as divisões internas da superfície, mediante arcos de círculo até a base linear do quadrado. A partir desta linha de base, derivaremos relações proporcionais. Do centro C e do raio CA , projetamos a linha base EG . Traçamos a linha CD de maneira semelhante, o que nos dá a linha DF . Conforme o teorema geométrico, segundo o qual todo o ângulo inscrito num semicírculo (diâmetro EG) é um ângulo reto, unimos AE e AG e teremos três triângulos semelhantes:

$$\triangle EDA \approx \triangle EAG$$

$$\triangle EAG \approx \triangle ADG$$

$$\triangle ADG \approx \triangle EDA$$

Portanto, $a : b :: b : c$,

y si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, então $b^2 = ac$.

Neste caso, $C = 2b + a$, e $a : b :: b : 2b + a$.

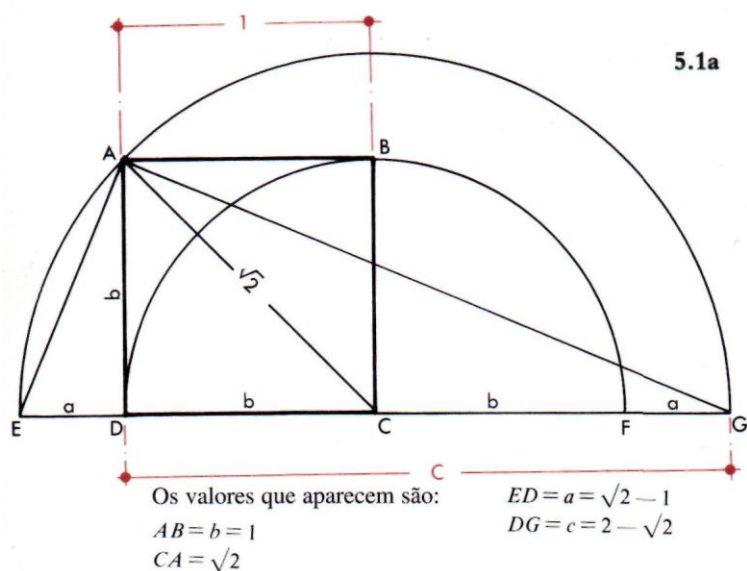
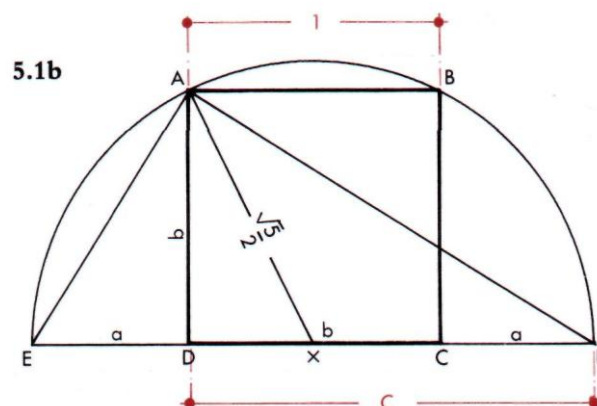


Figura 5.1b. Podemos ver que a divisão mediante a diagonal na figura 5.1a dá um valor de b que é o dobro da relação desejada: temos

O passo lógico seguinte seria provar com a diagonal como raio do semi-círculo que circunscreve o quadrado. Constrói-se da seguinte forma:



Rodar a semi-diagonal AX do quadrado $ABCE$ para marcar E e F no prolongamento da linha da base. Segundo Tales:

$$a : b :: b : c$$

$$c = a + b$$

portanto: $a : b :: a + b$.

Temos então os valores:

lado do quadrado $AB = b = 1$

$$XA = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$ED = a = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$DF = c = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Considerando estes valores de forma puramente algébrica,

$$\triangle DAF \approx \triangle EAD$$

$$\text{portanto: } \frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$

$$\text{e } b^2 = a(a+b)$$

$$b^2 = a^2 + ab$$

Desta forma, é evidente que temos a única divisão possível de uma unidade ou um todo numa proporção

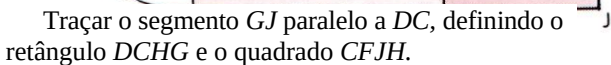
Para expressar esta proporção como uma divisão do 1 ou unidade, tomemos $b = 1$.

Substituindo b por 1, teremos $a^2 + a = 1$. Isto significa que tanto a^2 como a são frações de 1 e portanto devem se escrever na sua forma inversa:

$$1 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a}$$

$$1 = \frac{1}{\phi^2} + \frac{1}{\phi}$$

Observemos agora esta mesma idéia em forma de áreas geométricas tangíveis (aqui será útil o papel quadriculado). Se $b = 1$, então o quadrado original é igual à unidade. A partir do centro D , traçar o arco EG . Tendo por centro C , traçar o arco FH .



$$\text{Área } DCHG = 1 \times \frac{1}{\phi} = \frac{1}{\phi}$$

$$\text{Área } CFJH = \frac{1}{\phi} \times \frac{1}{\phi} = \frac{1}{\phi^2}$$

Validamos assim geometricamente a única divisão da unidade nos termos extremo e médio das áreas geométricas: $DFJG = ABCD = 1$.

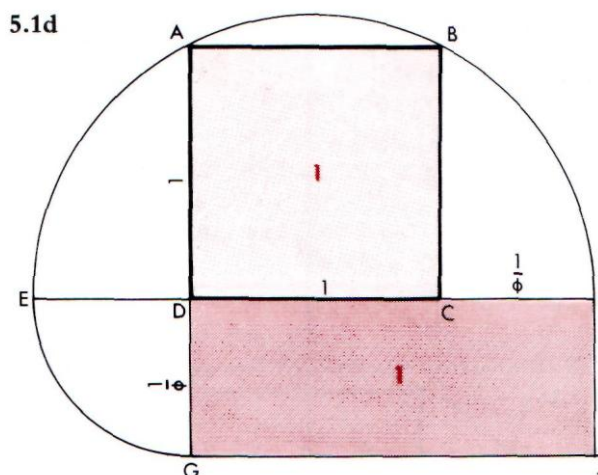


Figura 5.1d. Acrescentando os retângulos $DCHG$ e $CFJH$ formaremos o retângulo composto $DFJG$, cujos lados são $1/\phi$ e $1 + 1/\phi$, e a área 1. Portanto,

$$\frac{1}{\phi} \left(1 + \frac{1}{\phi} \right) = \frac{1}{\phi} + \frac{1}{\phi^2} = 1$$

$$\text{Área } DFJG = DF \times DG; DF = \frac{\text{área } DFJG}{DG}$$

$$DF = \frac{1}{1/\phi} = \phi$$

mas, $DF = 1 + \frac{1}{\phi}$

$$\text{logo, } \phi = 1 + \frac{1}{\phi}$$

Figura 5.1e. Se $\phi = 1/\phi + 1$, o lado AG do retângulo $ABHG = 1 + 1/\phi = \phi$. A área $ABHG = 1 \times \phi = \phi$. $ABHG$ é um “retângulo áureo”.

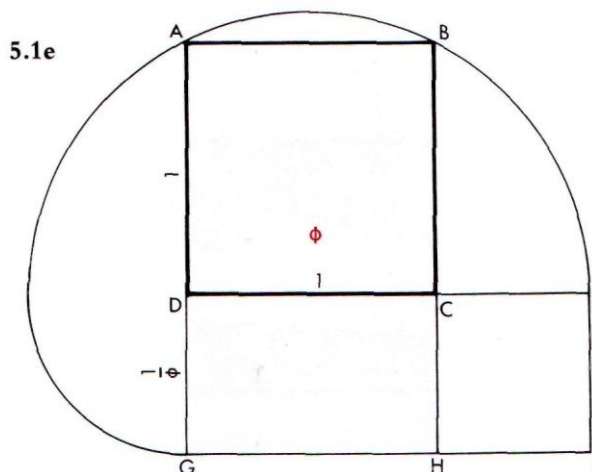
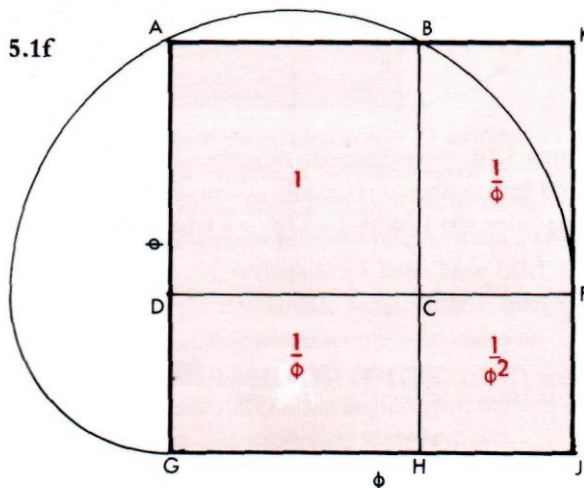


Figura 5.1f.

$$\text{área } BKFC = 1 \times \frac{1}{\phi} = \frac{1}{\phi}$$

$$\begin{aligned} \text{área } AKJG &= \phi + \phi = \phi^2 \\ \text{mas a área } AKJG &= ABCD + BKFC + CFJH + DCHG \\ &= (1 + 1/\phi) + (1/\phi^2 + 1/\phi) \\ &= (\phi) + (1) \text{ (por substituição).} \end{aligned}$$

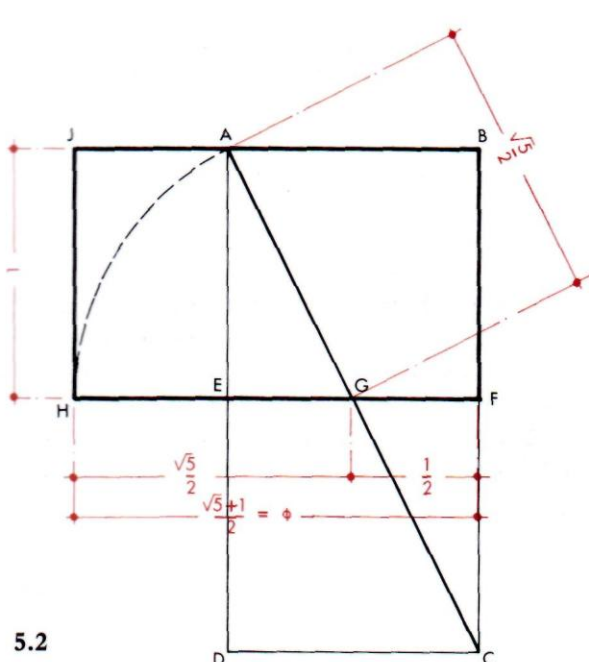
$$\begin{aligned} \text{área } AKJG &= \phi^2 = \phi + 1 \\ \phi^2 &= \phi + 1 \end{aligned}$$



Esta demonstração é inspirada em outra semelhante de André Vanden Broeck em *Philosophical Geometry*.

Figura 5.2. Geometricamente, a proporção áurea ϕ está inseparavelmente relacionada com a função $V5$ e ao pentágono, do qual tratamos no "Caderno de Práticas 3". Será útil seguir a geometria que põe em relevo esta relação. Este é o método para gerar a proporção áurea a partir da $V5$ e do retângulo $1 : 2$:

Traçar um duplo quadrado e prolongar a linha divisória EF . Tomando como centro G e a semi-diagonal GA como raio, traçar um arco cuja intersecção com EF é H .



5.2

$$GE = \frac{1}{2}$$

$$GH = GA = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$FH = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi \text{ ou } 1,6180339..., \text{ a "proporção áurea".}$$

Assim, o retângulo áureo $JBFH$ obtém-se a partir do duplo quadrado mediante seu retângulo $\sqrt{5}$.

Figuras 5.3a. e 5.3b. A relação de ϕ com a $\sqrt{5}$ e o pentágono. Partindo do quadrado $ABFE$, construir $HK = \sqrt{5}$. Com E e F como centros e o raio FN , traçar os arcos HN e KN . Com E e F como centros e o raio FB , traçar os arcos que interceptam os arcos HN e KN ou O e P , respectivamente.

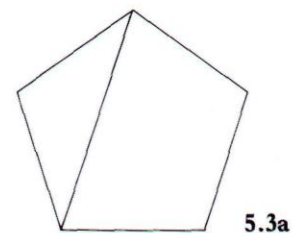
$$HK = \sqrt{5}$$

$$HE + FH = \sqrt{5} - 1$$

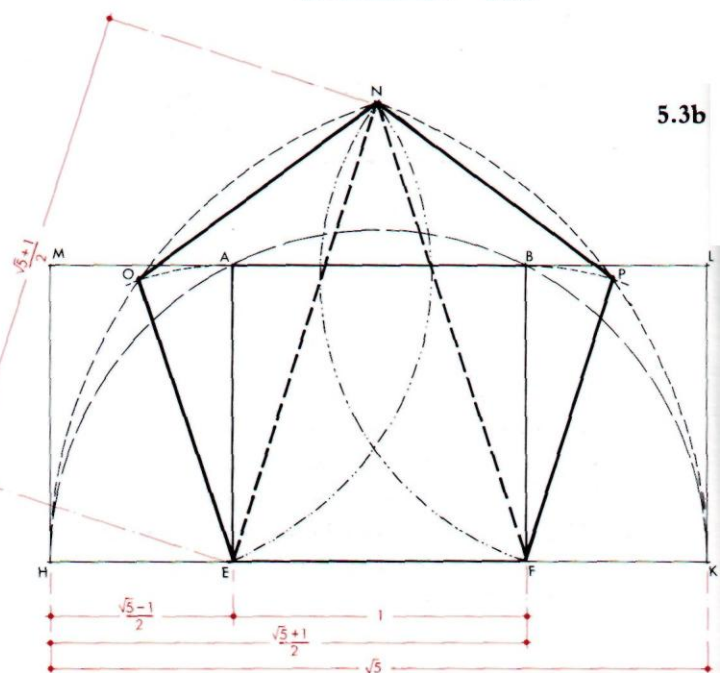
$$HE = FK = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$EN = EK = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + 1$$

$$EN = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$



5.3a



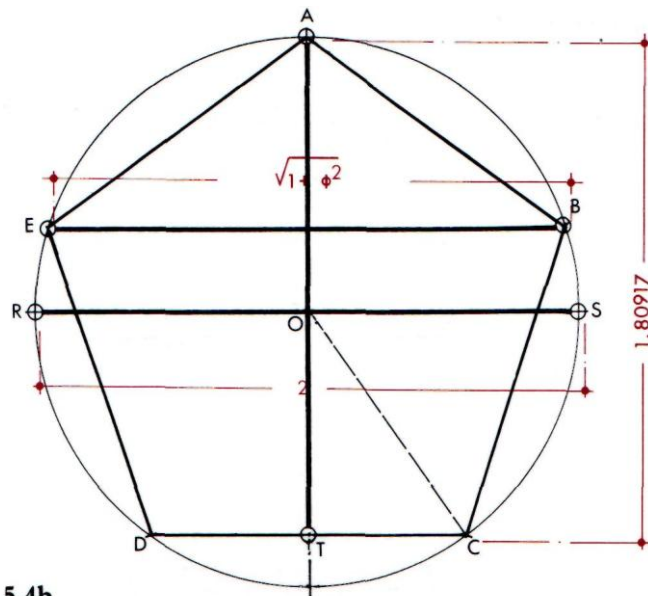
5.3b

Com o compasso, pode se comprovar que os pontos O , N e P mais os dois pontos E e F da base do quadrado, constituem cinco pontos equidistantes. Unir F , E , O , N e P para formar um pentágono.

Esta construção revela uma importante relação pentagonal: o lado do pentágono em relação à sua diagonal é tal que: $(\sqrt{5} + 1)/2$, ou $1:\phi$, a "Secção áurea".

Figura 5.4a. e 5.4b. Estas duas figuras não são essenciais para entender ϕ , mas os leitores mais entusiastas vão considerá-las úteis.

Figura 5.4a. Traçar um círculo e dois eixos em forma de cruz. Sem modificar a abertura do compasso e considerando como centro o ponto S , traçar um arco que corte a circunferência nos pontos 1 e 2. Unir estes pontos para determinar a metade do raio do círculo em 3. A partir do ponto 3, continuar a construção como se indicou no "Caderno de Práticas 3", figura 3.3. Quando o raio é igual à unidade, o lado do pentágono inscrito, segundo o Teorema de Pitágoras, é igual a $\sqrt{1 + 1/\phi^2} = 1,17557$.



5.4b

$$OT^2 = 1 - 0,34549 = 0,65451$$

$$OT = \sqrt{0,65451} = 0,80901 = \frac{\phi}{2}$$

Portanto, a altura do pentágono $AT = 1,809$.

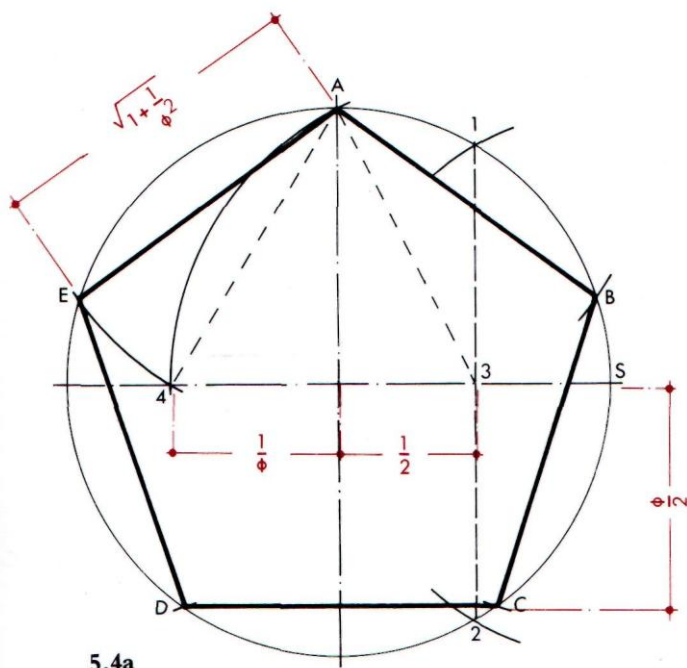
Provamos, através da demonstração 5.3a, que a relação entre o lado do pentágono e sua diagonal é $1:\phi$. No caso em que o raio é 1 e o lado é 1,17557 (figura 5.4a), a diagonal = $1,17557 \phi = 1,90211$.

Com um raio = 1 ou um diâmetro = 2, a diagonal $EB = \sqrt{1 + \phi^2} = 1,90211$ e altura $AT = 1,809$.

A diagonal do pentágono é o meio geométrico entre o diâmetro do círculo que o circunscreve e a altura do pentágono.

$$\begin{aligned} & \frac{\text{Diâmetro do círculo } RS}{\text{Diagonal do pentágono } EB} \\ &= \frac{\text{Diagonal do pentágono } EB}{\text{Altura do pentágono } AT} \\ & \frac{2}{1,90211} = \frac{1,90211}{1,809} = 1,05147 \end{aligned}$$

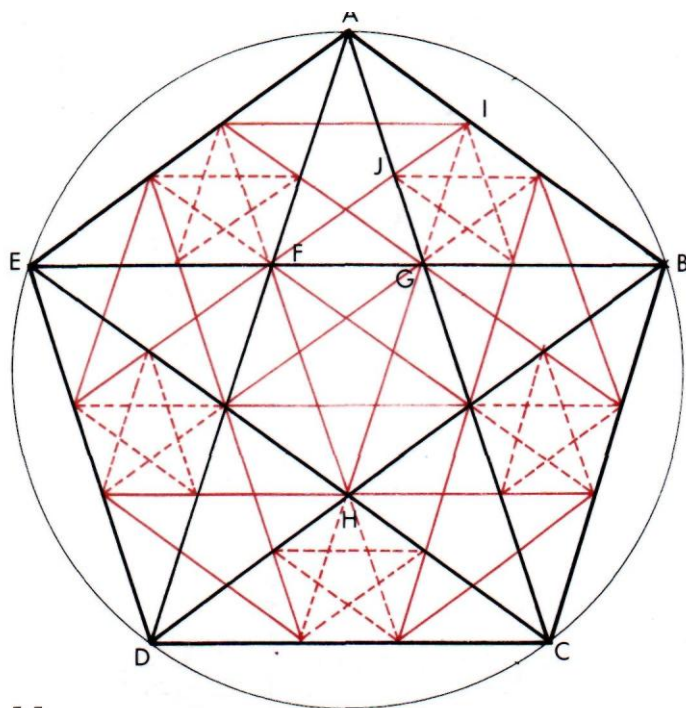
O quociente 18/19 tem interesse, pois é uma das relações utilizadas para definir o semi-tom em música e também é a relação que determina o ano lunar e solar no céu dos eclipses. Os antigos egípcios baseavam seu cânone de altura do homem neste quociente, contando 18 unidades até as sobrancelhas e 19 até o alto da cabeça.



5.4a

Figura 5.4b Traçar a diagonal EB e o segmento AT . Para determinar numericamente a altura do pentágono, temos o triângulo retângulo OTC , com a base $TC = 1/2 \times 1,17557$, que é a metade do lado do pentágono = 0,587785, e a hipotenusa do triângulo $OTC = OC = 1$, o raio do círculo. Segundo Pitágoras,

Figura 5.5 Quando o lado do pentágono é a unidade.



5.5

$$AB = 1$$

$$EG = FB = 1$$

$$EB = \phi (1,618)$$

$$GB = \phi - 1 = \frac{1}{\phi} (0,618)$$

$$GI = FG = 1 - \frac{1}{\phi}$$

$$FG = \frac{1}{\phi^2} (0,382)$$

$$\text{mas, } \frac{JG}{FG} = \frac{GB}{AB}$$

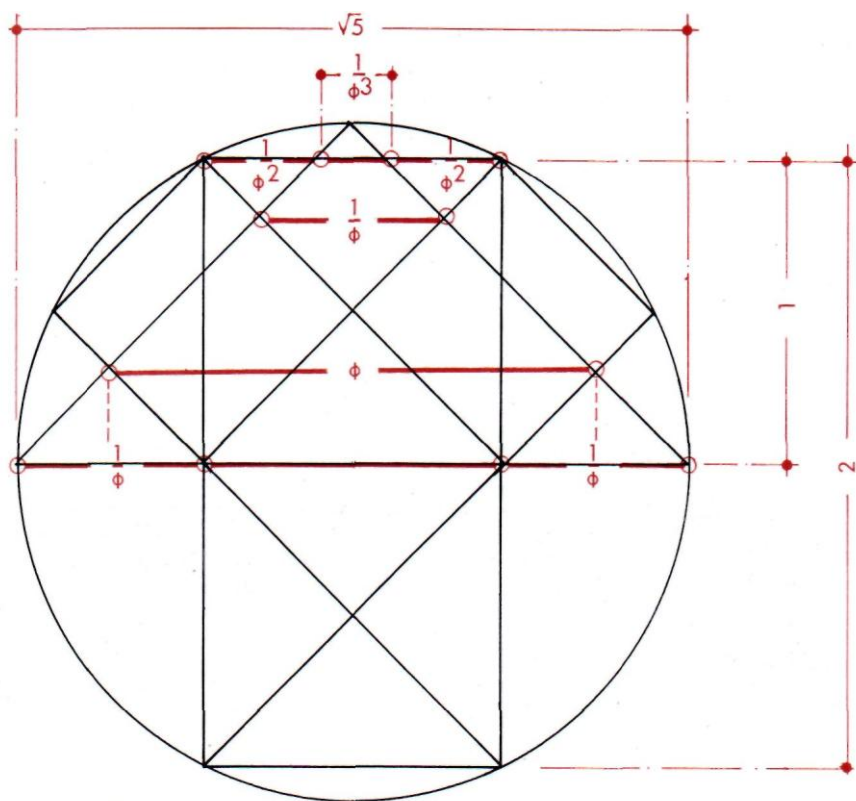
$$JG \div \frac{1}{\phi^2} = \frac{1}{\phi}$$

$$\text{logo, } JG \times \phi^2 = \frac{1}{\phi}$$

$$JG = \frac{1}{\phi^3} (0,236)$$

Um excelente exercício consiste em computar estes mesmos segmentos de linha, mas partindo do lado $AB = 1,17557$.

Neste "Caderno de Práticas", tentou-se levar o leitor a experimentar a rede de relações moduladas que existem em torno da "divisão áurea", 0. Junto com as demonstrações geométricas, demos as formas modernas algébricas e decimais. Nossa pretensão não é deslocar as nossas atuais técnicas modernas, substituindo-as pelo antigo método geométrico, mas sim, situar de outra forma as fases de nossa linguagem numérica no mundo visual e espacial do qual procede.

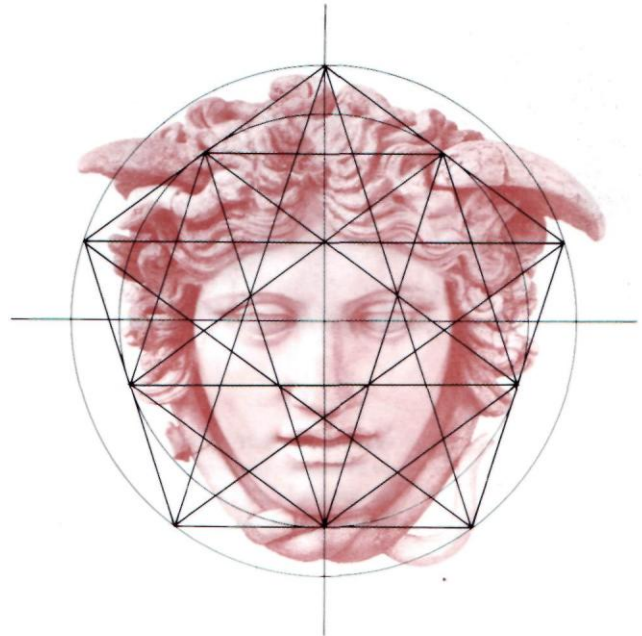


A $\sqrt{5}$ e seu retângulo de duplo quadrado geram ou revelam inevitavelmente uma série de proporções associadas com o número áureo ou a seção áurea.

Atribui-se a Johannes Kepler, que formulou as leis do movimento dos planetas, a seguinte citação: "A geometria tem dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras, e o outro é a divisão de uma linha na proporção do meio e dos extremos, isto é, ϕ , o número áureo. O primeiro pode se comparar a uma medida de ouro; o segundo é uma pedra preciosa."

Importantes considerações filosóficas, naturais e estéticas surgiram em torno desta proporção, desde que a humanidade começou a refletir sobre as formas geométricas de seu mundo. Está presente na arte sacra do Egito, da Índia, da China, do Islamismo e de outras civilizações tradicionais. Domina a arte e a arquitetura gregas; mantém-se, ainda que oculta, nos monumentos góticos da Idade Média e ressurge para sua consagração durante o Renascimento. Embora impregne muitos aspectos da natureza, nos quais encontram sua inspiração muitos artistas, seria errôneo dizer que se pode descobrir o número áureo em qualquer parte da natureza. Mas pode-se dizer que onde quer que exista uma intensificação da função, ou uma especial beleza e harmonia de formas, ali se encontrará o número áureo. É algo que nos lembra a afinidade do mundo criado com a perfeição de sua fonte e de sua potencial evolução futura.

As seções áureas contidas no pentagrama determinam, segundo se mostra aqui, as proporções desta antiga máscara de Hermes.



Devido à distorção da perspectiva, inevitável numa fotografia, apenas podemos indicar aproximadamente algumas das proporções "phi" básicas. Mas este edifício é baseado na sua totalidade nas relações ϕ e $\sqrt{2}$.

TÚMULO DE PETOSIRIS

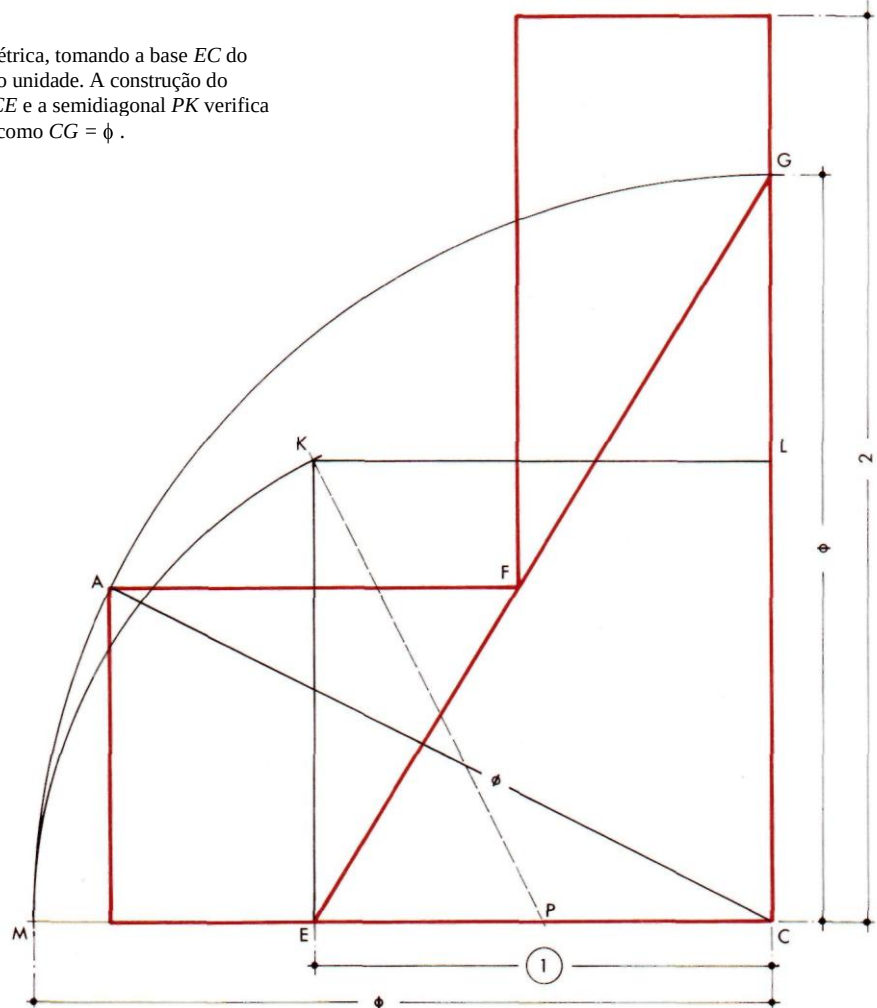
Este túmulo egípcio do período tolemaico foi descoberto em 1919, em escavações dirigidas por Gustave Lefebvre, que publicou suas descobertas em 1924. Está situado próximo à cidade de Hermópolis, a cidade de Tot, numa necrópole próxima ao cemitério subterrâneo dos íbis sagrados, o animal sagrado de Tot. Foi construído cerca do ano 300 a.C. para Petosiris e sua família, incluindo seu pai, seu padasto, seus irmãos, sua mulher e seus filhos. Todos os homens da família ostentavam os títulos de "Principal entre os Cinco" e "Mestre do Assento", que são os títulos dos altos sacerdotes de Tot de Hermópolis.

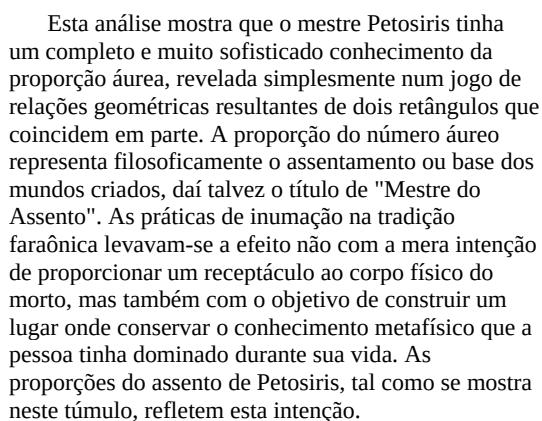
O nome Petosiris significa "dom de Osíris". O construtor deste túmulo foi evidentemente um homem excepcional, pois meio século depois de sua morte, foi elevado à qualidade de sábio semidivino, como Imhotep e Amenhotep, e sua tumba constituiu um lugar de peregrinação.



Baixo-relevo pintado do muro leste da capela do túmulo. O sacerdote derrama óleos sagrados sobre a múmia do defunto.

Análise geométrica, tomando a base EC do triângulo como unidade. A construção do quadrado $KLCE$ e a semidiagonal PK verifica que tanto AC como $CG = \phi$.





É importante mencionar antes de mais que 0 representa uma coincidência entre os processos da soma e da multiplicação. A soma é o processo mais comum de crescimento, seja das células do nosso corpo, da riqueza, do conhecimento ou da experiência; é um desenvolvimento deliberado e em expansão lógica. A multiplicação é, na realidade, uma forma especial de soma, uma forma acelerada (4×4 nada mais é do que $4 + 4 + 4 + 4$). Mas nessa aceleração intervém um extraordinário momento de transformação: o que era uma acumulação linear torna-se de repente num quadrado, uma superfície, um plano. Houve um salto no crescimento. Nas plantas, o simples crescimento aditivo que ela experimenta se revela no surgimento da flor ou do fruto, ou numa semente que incha gradualmente ao absorver a umidade, e que germina. Nos estudos, nossa acumulação aditiva de conhecimentos ou dados floresce de repente numa compreensão autêntica. Pode-se observar este momento com clareza no processo de formação de um cristal. Vai-se acrescentando gradualmente um sal mineral a uma pequena vasilha de água durante vários dias. A água dissolve o sal, mas ao mesmo tempo, o ar vai lentamente fazendo evaporar a água. Quando se atinge o ponto de saturação, e é surpreendente observar ao microscópio, a denominada "tintura mestra" se congela subitamente numa forma geometrizada do sal como cristal. Quando um momento como este se dá no contexto do desenvolvimento espiritual, chama-se redenção ou iluminação.

Há três circunstâncias significativas nas quais os antigos estudiosos deste princípio encontraram esta coincidência simultânea do processo aditivo e do multiplicativo. Cada uma delas dá o sentido de uma combinação entre o crescimento material e supra-material. São o quadrado (que vimos no "Caderno 1"), a harmonia musical ("Caderno 8") e a proporção ϕ .

O cubo de "phi", ϕ , ϕ^3 é um volume que se obtém somando e multiplicando simultaneamente:

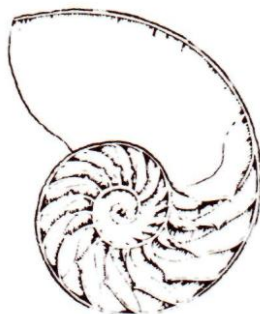
$$\frac{1}{\phi} + \phi = 1 \times \phi$$

$$1 + \phi = \phi \times \phi = \phi + 1$$

$$\phi + \phi^2 = \phi^3 = \phi \times \phi \times \phi = \phi \times \phi^2$$

A expressão volumétrica de 0, 0^5 torna-se nova unidade, pois aqui o princípio abstrato de 0 adquire expressão como unidade ao nível físico do volume, o cubo. Numa antiga inscrição egípcia, Tot diz:

Sou Um que se transforma em Dois	polaridade
Sou Dois que se transforma em Quatro	superfície, $2^2 = 4$
Sou Quatro que se transforma em Oito	volume, $2^3 = 8$
E no fim disto tudo, sou Um.	



Nautilus pompilius

A progressão se realiza então como se fôssemos continuar considerando o um como carente de definição, até ao momento em que se torna numa unidade tangível e manifesta, o cubo; como acabamos de ver, $\phi^3 = 1$. E se o poder transformador da redenção é inerente à cruz material, a cruz da soma, +, então o momento da ressurreição surge quando este princípio permite que a cruz se vire, + X, e dá-se um crescimento exponencial, um salto incompreensível e não sequencial a outro nível do ser.

Veremos no capítulo seguinte as formas de crescimento exponencial, exemplificado nas espirais logarítmicas baseadas nas raízes de 2, 3 e 5. A espiral áurea, na qual o crescimento geométrico dos raios é igual a ϕ , encontra-se na natureza na formosa concha do *Nautilus pompilius*, que o dançarino Siva do mito hindu segura numa das mãos como um dos instrumentos com os quais inicia a criação. Para os pitagóricos, contudo, esta forma encarna a dinâmica da geração rítmica do cosmos, e através de seu harmônico princípio representa o amor universal. A espiral logarítmica acaba por ser sobreposição ao feto do homem e dos animais, e está presente no esquema de crescimento de muitas plantas. A

distribuição das sementes de girassol, por exemplo, é regida pela espiral logarítmica do número áureo. Além disto, o girassol possui 55 espirais orientadas no sentido horário, sobrepostas a 34 ou 89 espirais em sentido anti-horário. Reconhecemos estes números como parte da série Fibonacci, que é gerada por ϕ .

<i>Serie A</i>	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610
<i>Serie B</i>	1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, 521, 843, 1.364
<i>Serie C</i>	1, 5, 6, 11, 17, 28, 45, 73, 118, 191, 309, 500, 809, 1.309, 2.118
<i>Serie C¹</i>	<i>Serie C</i> × 2 ————— 236, 382, 618, 1, 1.618, 2.618, 4.236
<i>Serie D</i>	$\phi^{-5}, \phi^{-4}, \phi^{-3}, \phi^{-2}, \phi^{-1}, 1, \phi^1, \phi^2, \phi^3, \phi^4, \phi^5$ 0,090, 0,1458, 0,236, 0,3819, 0,618, 1, 1,618, 2,618, 4,236, 6,854, 11,090

A série de números denominada "Fibonacci" é uma progressão aditiva especial na qual os dois termos iniciais se somam para formar o segundo termo (*série A*). Por exemplo:

primeiro termo = 1
segundo termo = 1
terceiro termo = 1 + 1 = 2
quarto termo = 1 + 2 = 3
quinto termo = 2 + 3 = 5 ... etc.

A série Fibonacci é tal que dois termos sucessivos tendem a se relacionar entre si na proporção de $1:\phi$, e qualquer dos três termos sucessivos é igual a $1:\phi:\phi^2...$, etc. Tomemos por exemplo o décimo e o undécimo termos da *série A*:

$$\frac{89}{55} = 1,61818 = \text{aproximadamente } \phi$$

$$\frac{144}{55} = 2,61818 = \text{aproximadamente } \phi^2$$

Embora a "Fibonacci", a série aditiva mais comum, comece com 1,1,2 (note-se a similitude com a série de Teon, que vimos no capítulo IV), é possível iniciar uma série aditiva com dois números ascendentes quaisquer, por exemplo, a *série B*, 1, 3, 7 etc. Em toda a série deste tipo, os quocientes sucessivos tendem a ϕ , e é interessante observar que a relação entre os termos correspondentes das duas séries A e B tende a $\sqrt{5}$. Por exemplo, com o duodécimo termo da *série A* e da *série B*,

$$\frac{521}{233} = 2,23605 = \text{aproximadamente } \sqrt{5}$$

Na *série C*, a progressão aditiva que começa com 1, 5, 6, 11 tem a desconcertante característica de que os próprios números inteiros tendem a ser exatamente a metade da expressão decimal da proporção áurea. Por exemplo, o duodécimo termo da *série C* = 309, e $308 \times 2 = 618$; enquanto $1/\phi = 0,6180337...$

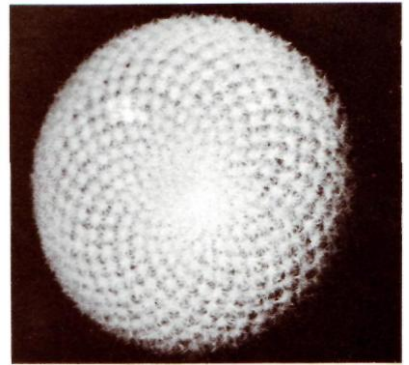
A *série D* mostra como a série áurea é o modelo de progressão do princípio logarítmico em que há uma relação entre uma série aditiva ("expoentes") e uma série multiplicativa ("termos"), de tal forma que simplesmente somando os expoentes se pode determinar a correspondente multiplicação dos termos. Por exemplo:

$$2^2 \times 2^3 = 2^5$$

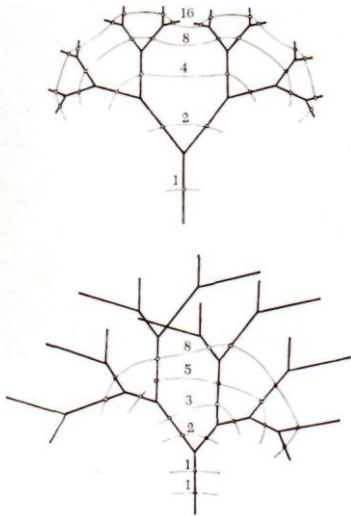
$$\phi^2 \times \phi^3 = \phi^5$$

A multiplicação dos números, ou neste caso dos termos decimais, é igual à adição dos expoentes.

A série Fibonacci, que deve seu nome ao matemático italiano do século XIII que a revelou, aparece com frequência em fenômenos naturais e um certo número de estudos documentam sua persistente ocorrência. Ela rege, por exemplo, as leis que entram em

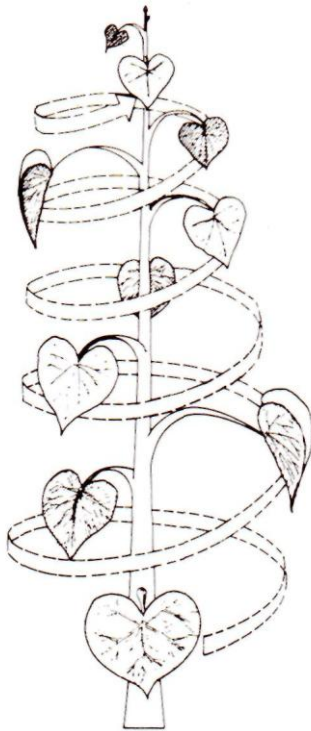


Distribuição das sementes num cacto que, como no caso do girassol, se ajusta exatamente à espiral áurea.



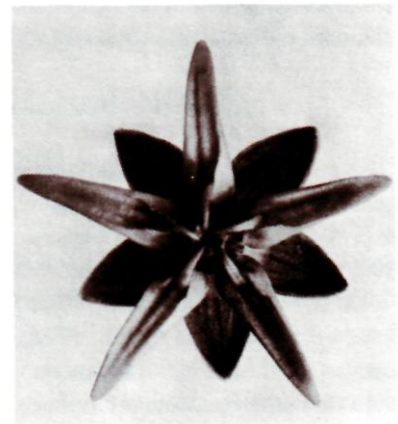
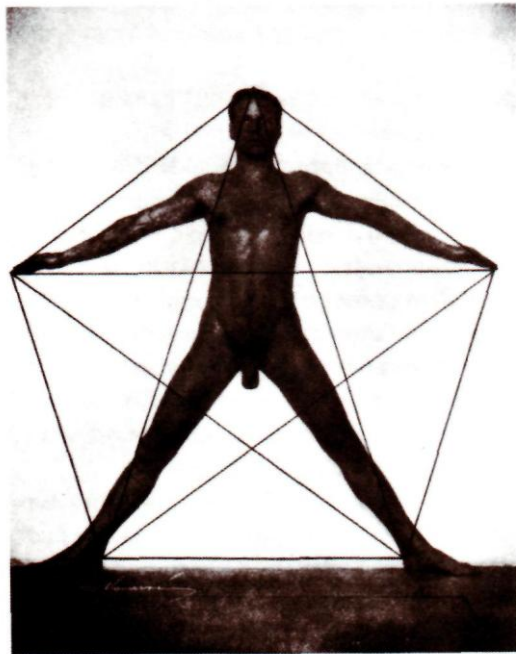
Os dois principais esquemas de ramificação, um que demonstra a progressão geométrica de $2(\sqrt{2})$, e o outro, a série Fibonacci (ϕ).

A distribuição das folhas em torno de um ramo central é dirigida pela série Fibonacci: 3 folhas em cinco voltas, 5 folhas em 8 voltas.



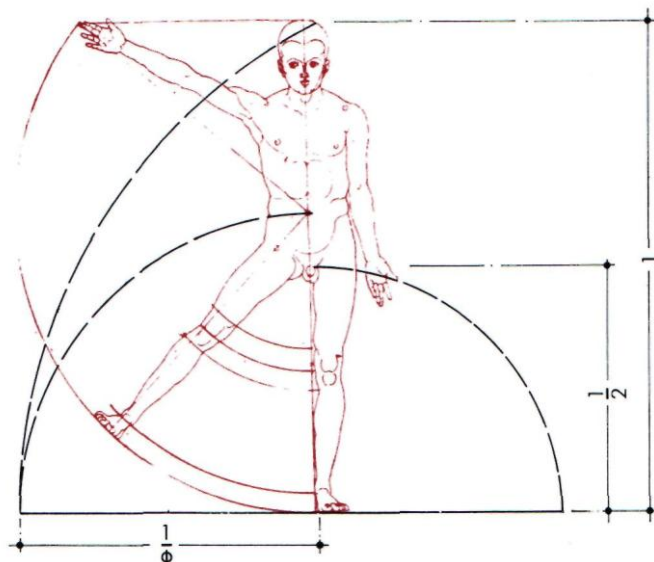
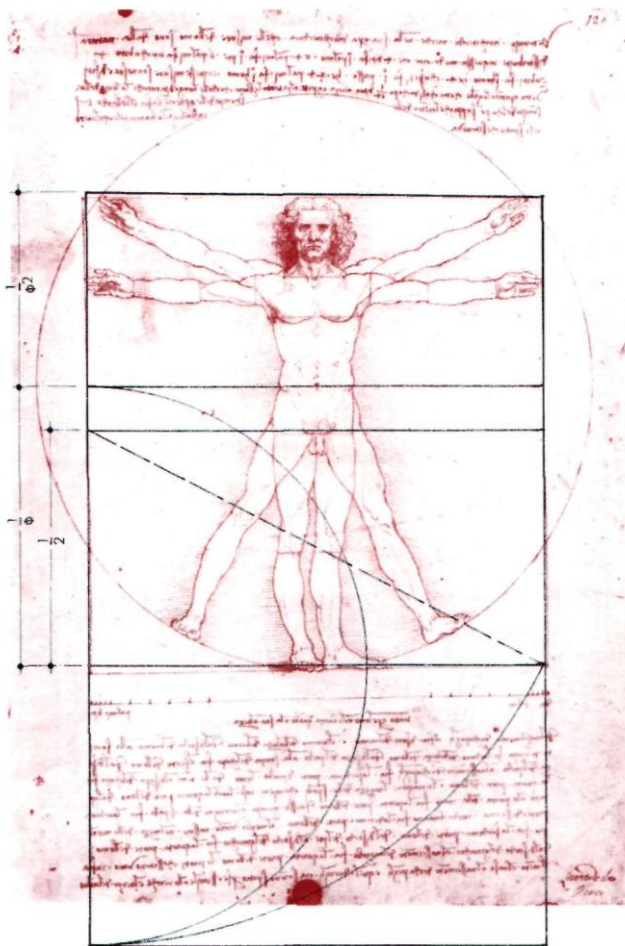
jogo nas múltiplas reverberações da luz nos espelhos, assim como as leis rítmicas do aumento e da perda na radiação da energia. A série Fibonacci define perfeitamente o esquema de reprodução dos coelhos, símbolo de fecundidade, e a proporção entre machos e fêmeas nas colméias de abelhas. *Filotaxia* é o termo botânico que descreve a disposição das folhas no ramo de uma planta. Se desenharmos uma linha helicoidal que passe pela base de cada folha, até chegar à primeira base, que está verticalmente em cima do ponto de partida, sendo P o número de voltas da hélice e Q o número de folhas pelas quais passa, então P/Q é uma fração característica do esquema de distribuição das folhas da planta. Tanto o numerador, como o denominador desta fração tendem a pertencer à série Fibonacci. Naturalmente, o interesse de um botânico por esta distribuição não é primordialmente matemático. Sua atenção se centra no fato de que todos os membros desta série de frações se encontram entre $1/2$ e $1/3$, criando a situação em que as folhas sucessivas estão separadas entre si pelo menos por um terço da circunferência do caule, assegurando assim um máximo de luz e de ar à folha que está imediatamente abaixo.

As ramificações constituem outro dos principais modelos funcionais de crescimento natural regido pela série Fibonacci ou 0. E em vista da sua presença no pentágono, a secção áurea pode se encontrar em todas as flores que têm cinco pétalas ou qualquer múltiplo de cinco; a família das margaridas, por exemplo, sempre terá um número de pétalas pertencente à série Fibonacci. A família das rosas é uma das que se baseiam no cinco, assim como as flores das plantas que dão frutos comestíveis. Assim, o cinco assinala aos homens os frutos que lhe são apropriados. O cinco é dominante na estrutura das formas vivas, enquanto o 6 e o 8 são mais característicos da geometria das estruturas minerais e inanimadas. As plantas que possuem uma estrutura sextupla, como a tulipa, a açucena e a papoula, são muitas vezes venenosas ou então medicinais para o homem. A medicina tradicional considerava que as plantas de sete pétalas eram venenosas. Entre elas estão a do tomate e outras plantas da família da beladona ou da dulcamara (erva-moura). Por outro lado, as flores muito exóticas, tais como orquídea, azaléia ou outras, são regidas pela simetria pentagonal. O pentágono, como símbolo da vida, particularmente da vida humana, era a base de muitas rosáceas góticas.

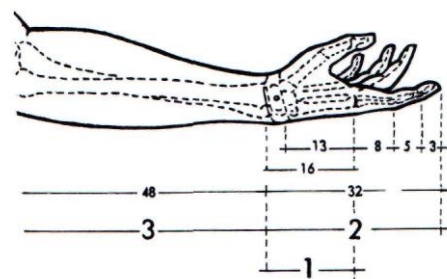


O cinco como inflorescência ou quintessência da vida.

O homem como pentágono.



Os cânones da figura humana, sejam os de Leonardo da Vinci, sejam os de Alberto Durero, se ajustam ao antigo símbolo biométrico do corpo dividido em dois pelos órgãos sexuais ou em ϕ pelo umbigo.



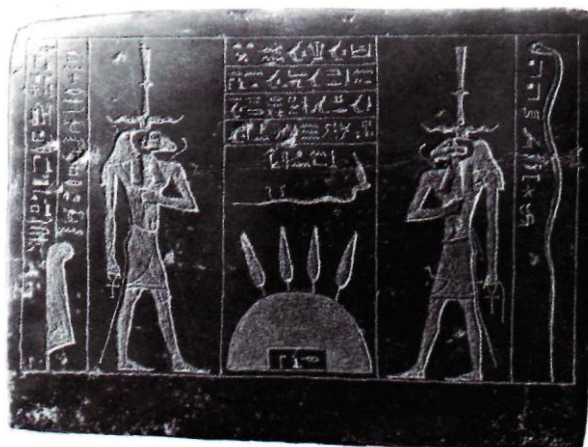
É contudo no corpo humano onde podemos descobrir o significado metafísico do 0, tal como o exprime o aforismo de Heráclito: "O homem é a medida de todas as coisas". Segundo as diferentes tradições que propõem um cânone humano, isto é, uma definição das proporções médias e ideais do corpo, o umbigo divide o corpo de acordo com a secção áurea. Se considerarmos que a altura total é 1, dos pés até ao umbigo, e segundo os cânones egípcio, grego e japonês, o corpo é igual a $1/\phi$, sendo a porção entre o umbigo e o alto da cabeça igual a $1/\phi^2$. O corpo é dividido em duas partes iguais pela região dos órgãos genitais. Isto denota a relação entre a sexualidade e a função dual, a divisão em dois. Ao nascer, porém, é o umbigo a linha que divide a criança em duas partes exatamente iguais, e ao longo do crescimento o umbigo se transfere para o ponto de divisão "phi". Assim, a posição do umbigo ao longo do crescimento humano está relacionada com a idéia de um movimento desde uma posição dual e sexuada na natureza, para um relação proporcional com a unidade mediante a propriedade dinâmica e assimétrica de ϕ .

O estudo da biometria humana revela um matiz nesta proporção. Na mulher, o umbigo está normalmente um pouco mais acima do corte exato da secção áurea, enquanto que no homem está um pouco mais abaixo. Além disto, durante o processo de crescimento, tanto nos homens, como nas mulheres, o posicionamento do umbigo fica por vezes acima e por vezes abaixo da divisão ϕ do corpo. Esta mudança se inicia na puberdade e volta a dar-se entre os 17 e os 30 anos. Esta oscilação para cima e para baixo de um ponto irracional de perfeição formativa é um princípio que encontramos também como base das matemáticas antigas: como no método de Diofante, em que os quocientes entre números inteiros se aproximam progressivamente das sagradas ou incommensuráveis funções da raiz.

A presença da série Fibonacci na relação entre o comprimento dos ossos do dedo, a mão e o braço humanos é outro exemplo das numerosas relações ϕ que se dão no corpo humano.

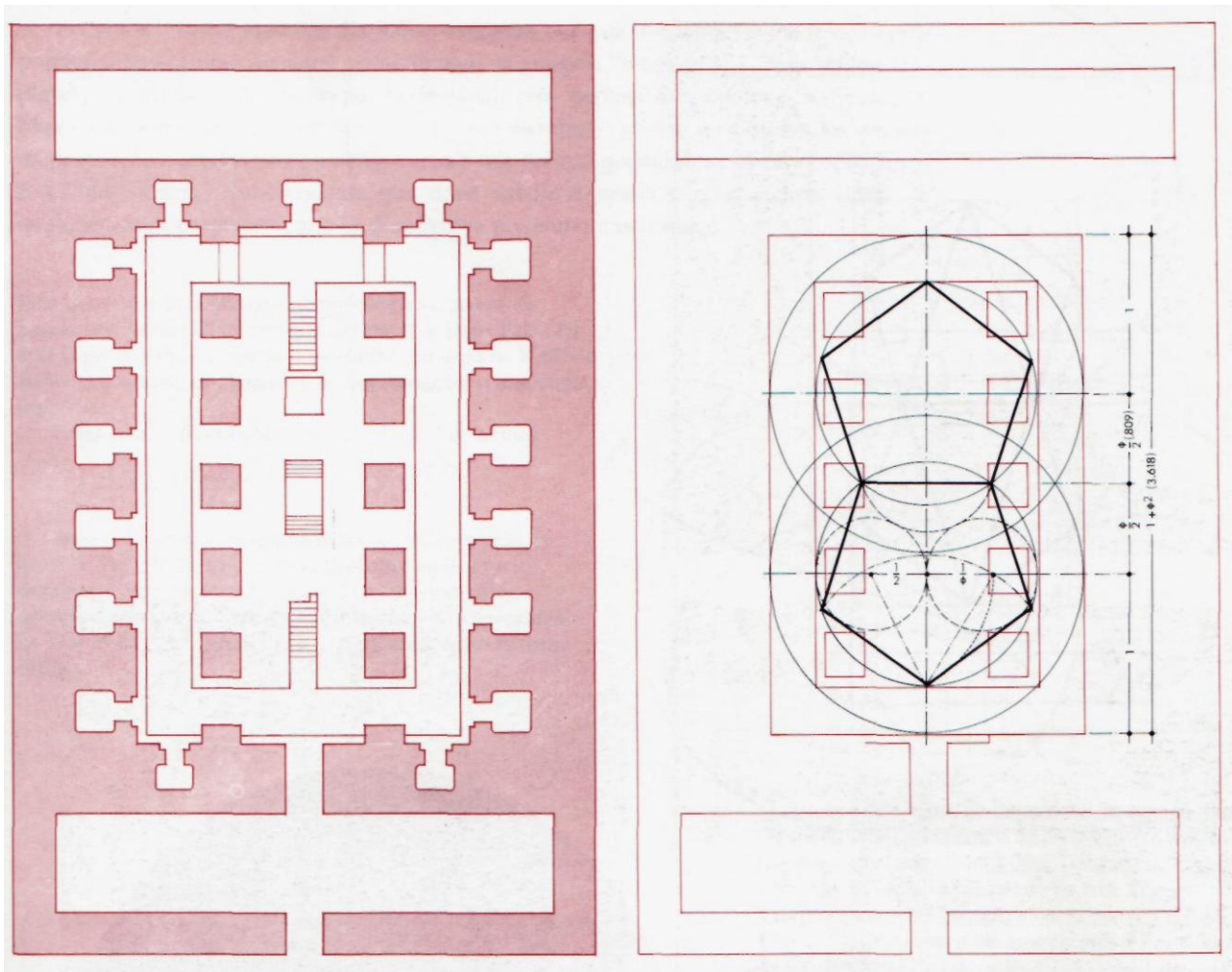


O OSÍRION



O Osírión é um grande templo egípcio subterrâneo que é uma alegoria arquitetônica do processo de transformação mediante a morte e o renascimento, tal como o descreve o mito de Osíris. O simbolismo de Osíris tem a ver com o renascimento cíclico e a transformação, tanto a nível individual, como universal, e o Osírión foi concebido para representar a própria tumba de Osíris. Pode ser que este templo funcionasse ou não como templo iniciático, mas sua arquitetura é simbólica em cada detalhe: a mecânica da reencarnação, referências à morte e à ressurreição físicas, a morte como uma fase da consciência do aspirante, o nascimento de uma nova, ou a morte e a dissolução do universo e seu retorno.

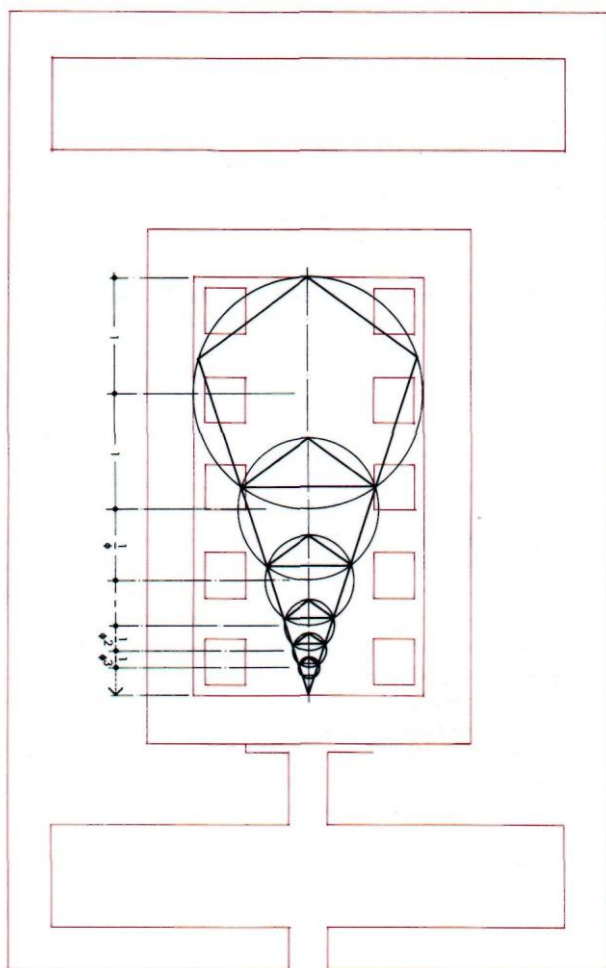
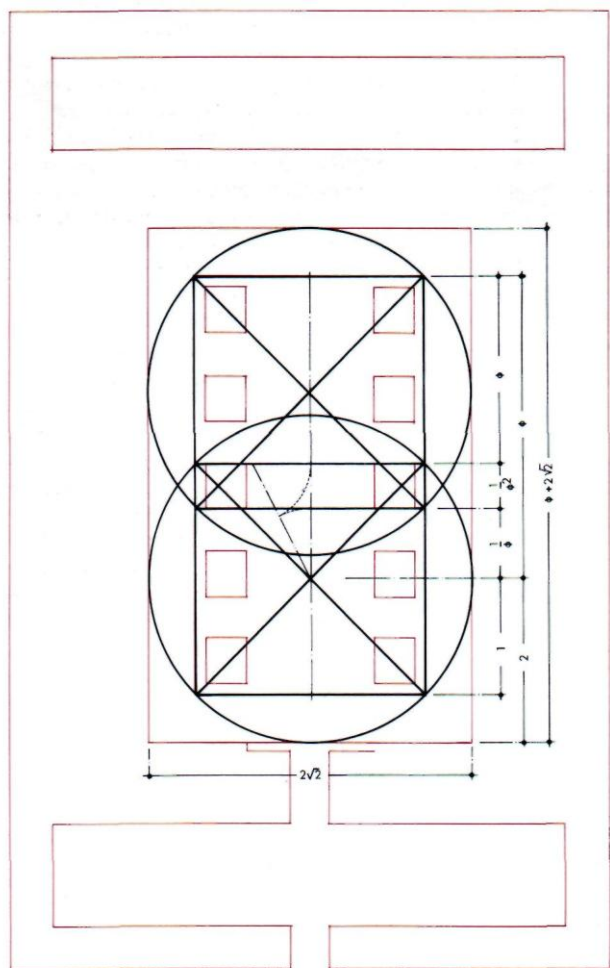
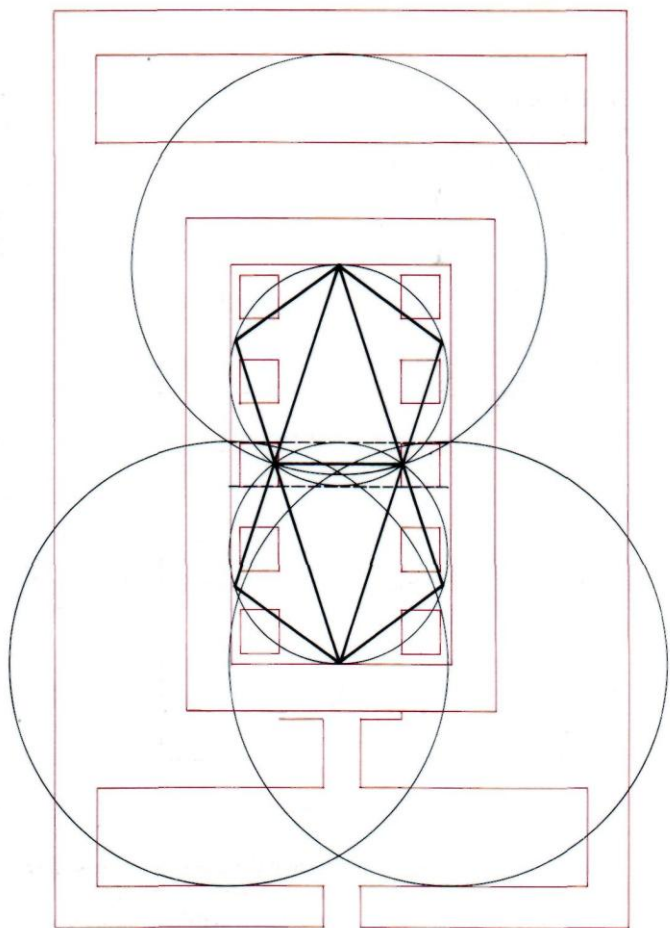
O Osírión foi descoberto em Abidos, em 1901, por Flinders Petrie, e as escavações terminaram em 1927. Acredita-se que é o "cenotáfio" (túmulo vazio) de Séti I, que governou o Egito de 1312 a 1298 a.C. O templo inteiro tinha um telhado e por cima foi colocado um enorme monte de terra, para que parecesse uma tumba subterrânea. Ao redor do templo soterrado, foram escavados grandes buracos e plantada a árvore sagrada de Osíris. Esta reprodução do sarcófago mostra o símbolo da tumba de Osíris com as árvores do renascimento brotando.



A planta do Osíron mostra uma zona central bastante curiosa, com dez grossas colunas quadradas (a cheio, no desenho acima) que sustentam o teto. Esta plataforma, com escadarias que a ela conduzem em ambos os extremos, é na realidade uma ilha, pois está rodeada por uma nave escavada até ao nível exato que permitia enchê-la de água subterrânea. A ilha, com suas escadas em cada lado assemelha-se exatamente ao símbolo egípcio da colina ou monte primordial, que segundo o mito representa o primeiro lugar da criação que se eleva das águas primitivas, o Nun não manifesto e informe. Osíris também representa o princípio da semente enterrada no solo que germina ao absorver a umidade da terra.

Há três pontos de sepultura nesta tumba simbólica, duas depressões na plataforma central (provavelmente uma para o sarcófago e outra para os "canopes", vasilhas colocadas nas tumbas egípcias destinadas a conter as vísceras dos defuntos) e uma ampla câmara mortuária selada, em forma de sarcófago, no extremo oeste. Esta última contém, nos muros e teto, relevos com motivos astronômicos para dotar a tumba de influências celestes. Ao redor e no exterior do vestibulo central, há dezessete pequenas câmaras. Especula-se que estas câmaras talvez fossem destinadas aos neófitos que eram submetidos ao rito iniciático de descer às profundezas aquosas e emergir pela ilha central, que simbolizava o mistério do renascimento, tanto a nível universal, como cósmico e individual (supondo, claro, que houvesse ar para respirar na tumba). De qualquer forma, e o mais importante, a geometria

do templo apóia esta teoria, pois se conforma às proporções da secção áurea e da $\sqrt{5}$, o símbolo do renascimento e da regeneração, assim como da $\sqrt{2}$, símbolo do poder procriador e autogerador de vida. A ênfase no tema do pentágono simboliza acertadamente a crença de que o rei, após sua morte, se transforma numa estrela (a estrela sempre era representada no Egito com cinco pontas). (As análises geométricas tanto do Osíron como do túmulo de Petosiris foram gentilmente cedidas por Lucie Lamy).



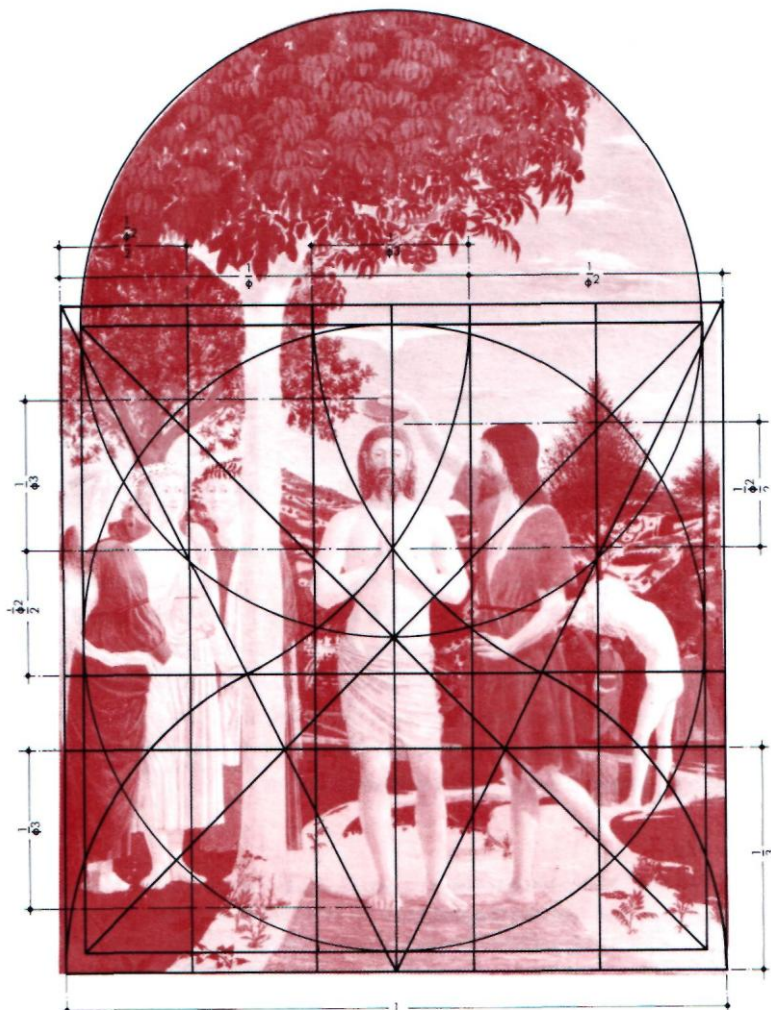
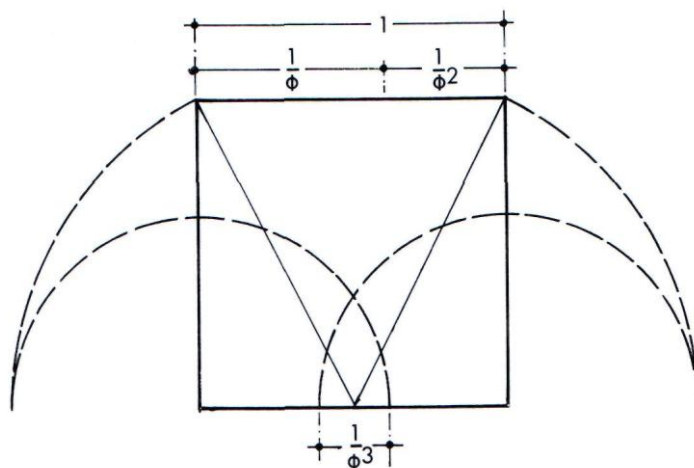
Podemos resumir algumas das idéias evocadas por esta importantíssima relação proporcional da seguinte maneira: como diziam os antigos, "o universo é Deus se contemplando a si mesmo". A criação não pode existir sem percepção e a percepção é relação: "Ser é relacionar-se". Os modelos arquetípicos da relação podem ser observados nas leis da proporção contidas nos números puros e nas formas geométricas. A proporção áurea é a "idéia-forma" transcendente que deve existir *a priori* e eternamente, antes de qualquer outra progressão que se desenvolva no tempo e no espaço.

Este desenho é uma alegoria geométrica ao conceito da Santíssima Trindade, os três que são um. 1 = Deus Pai; $1/\phi$ = O Espírito Santo (a função vinculativa, ou *prana*); $1/\phi^2$ = o Filho (o quadrado ou potencial de manifestação, o arquétipo supremo).

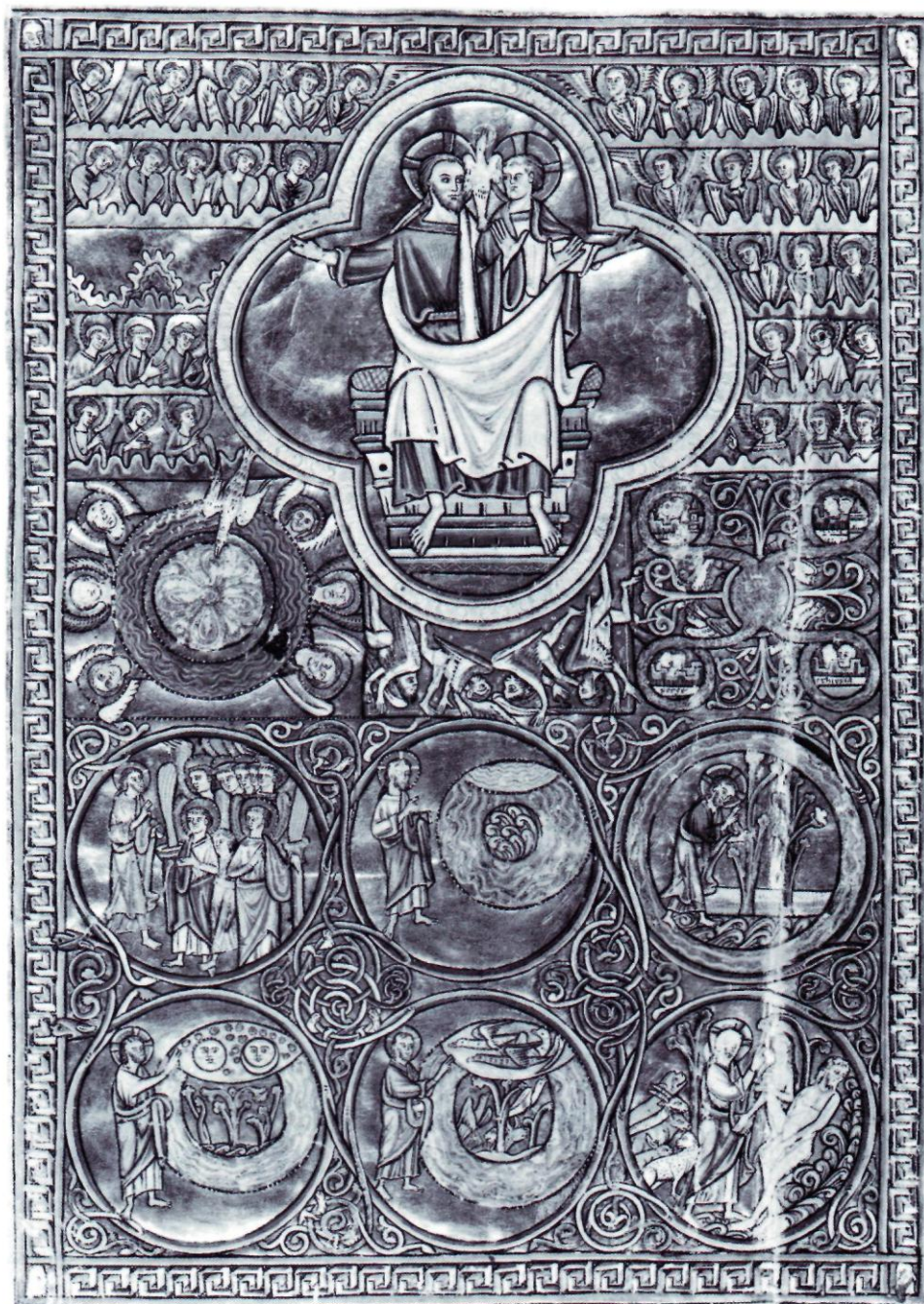
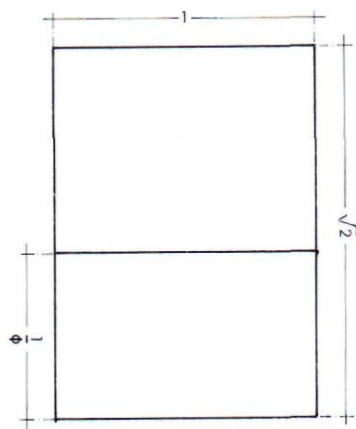
Estes termos formam uma proporção de três termos:

$$\frac{1/\phi^2}{1/\phi} :: \frac{1/\phi}{1}$$

Assim, os termos extremos estão em idêntica relação entre si: Pai e Filho unidos pelo Espírito Santo. $1/\phi^2$ representa a divina manifestação. $1/\phi^3$ é o indivíduo universal encarnado, Cristo. O cruzamento ou sobreposição de $1/\phi$ com $1/\phi^2$ produz $1/\phi^3$ a encarnação do homem divino.



Esta ilustração descreve a criação e a evolução (os seis dias da criação), mediante a combinação de $\sqrt{2} : 1$, que são as proporções de toda a página, e de $1 : \phi$, que é a secção que representa a criação em seis etapas. O Pai, o Filho e o Espírito Santo presidem a criação como princípio do três que é um. Na literatura sacra, a criação e a evolução se contemplam sempre através da imagem da trindade e das duas proporções geradoras.



O crescimento do corpo humano descreve uma relação entre duas propriedades geradoras: a da $\sqrt{2}$, resultante de dividir em dois e logo de dobrar, indicada pela localização dos órgãos sexuais no ponto médio do corpo, e que denota o princípio *procreator*, quantitativamente reprodutor; e a de 0, indicada pelo umbigo, significativa da propriedade *relacionadora* que integra as partes entre elas e no todo abarcador de todas as coisas, assim como o ponto umbilical vincula a criança com a sua origem, a mãe universo. Desta forma, 0 se transforma no símbolo geométrico da idéia de Cristo, que une a consciência individual com a totalidade ideal na qual tem origem e à regressará necessariamente.

Eu sou o que une
Eu sou o umbigo dourado do universo.
Quem isso conhecer, conhece o Upanishad.

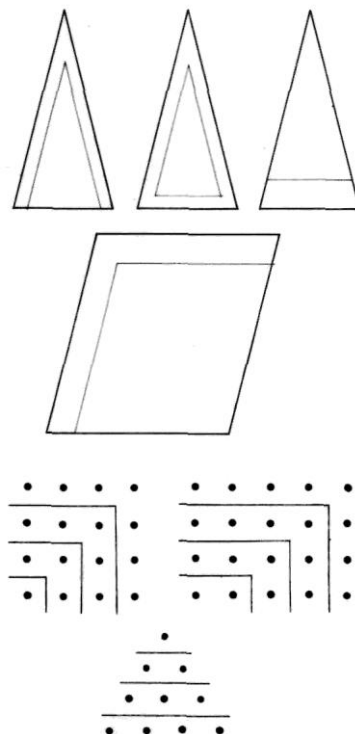
(Upanishad significa "máxima aproximação").

VI. A expansão gnomônica e a criação de espirais

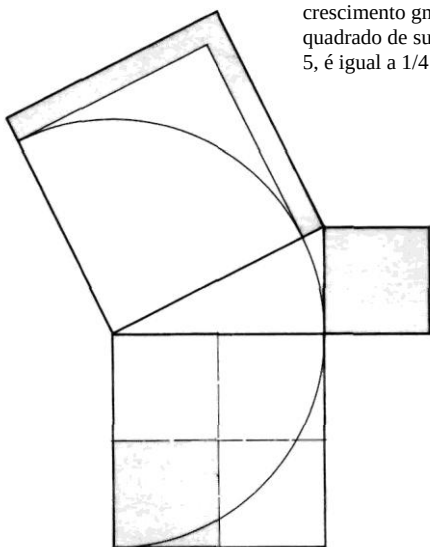
"Há certas coisas", dizia Aristóteles, "que não sofrem alteração nenhuma, salvo em magnitude, quando crescem..." Estava se referindo ao fenômeno que os matemáticos gregos denominavam *gnomon* e ao tipo de crescimento baseado nele, conhecido como *expansão gnomônica*. Heron da Alexandria definiu-o assim: "Um gnomon é qualquer figura que acrescentada a uma figura original, produz uma figura semelhante à original." A contemplação desta figura permite compreender uma das formas de crescimento mais comuns na natureza: o acrescentamento ou aumento acumulativo, em que a antiga forma está contida na nova. É a forma em que os tecidos mais permanentes do corpo animal, tais como os ossos, dentes, armações e conchas se desenvolvem, em contraste com os tecidos macios, que são substituíveis ou perecíveis.

Esta forma conhecida de crescimento foi com frequência apresentada arquitetonicamente como tema de desenho de um edifício. O templo hindu é um excelente exemplo. Começava-se o chão colocando quatro ladrilhos juntos, cada um de trinta centímetros quadrados, formando assim o quadrado de 2 e, depois, ampliando esta plataforma ao quadrado de 3 e assim sucessivamente. Cada expansão seqüencial era considerada como uma expansão do altar do sacrifício, na medida em que o templo inteiro recapitulava sua essência-semente, o altar, ou quadrado original. Assim, o próprio edifício expressava o significado de "sacrifício", que implica uma redução ao sagrado. Tanto em planta, como em volume, o típico templo hindu segue o tipo de crescimento gnomônico que as conchas denotam muito claramente, em que os resíduos das etapas anteriores do crescimento permanecem nitidamente indicados como parte da estrutura e do desenho das etapas posteriores.

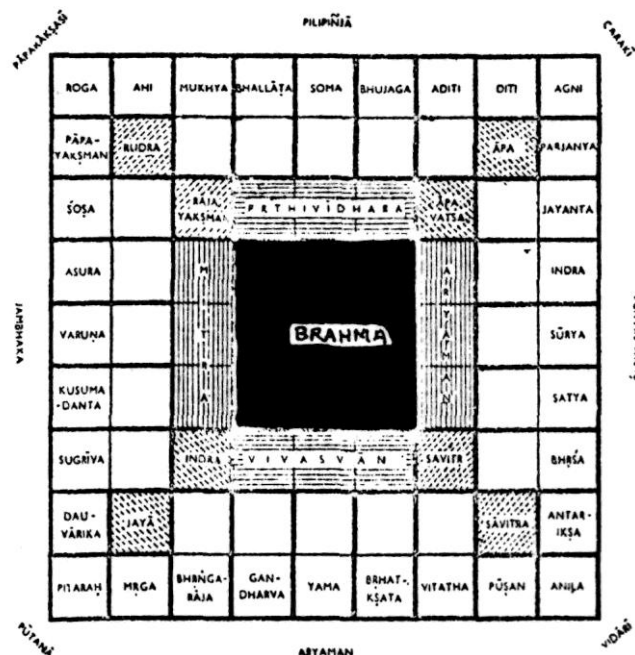
A expansão gnomônica descrita em diferentes figuras geométricas, mediante pontos de unidades formando o quadro, o retângulo e o triângulo.

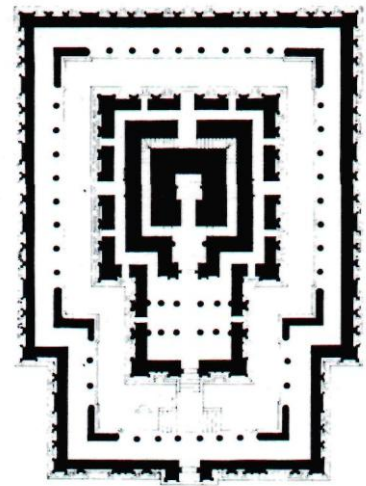
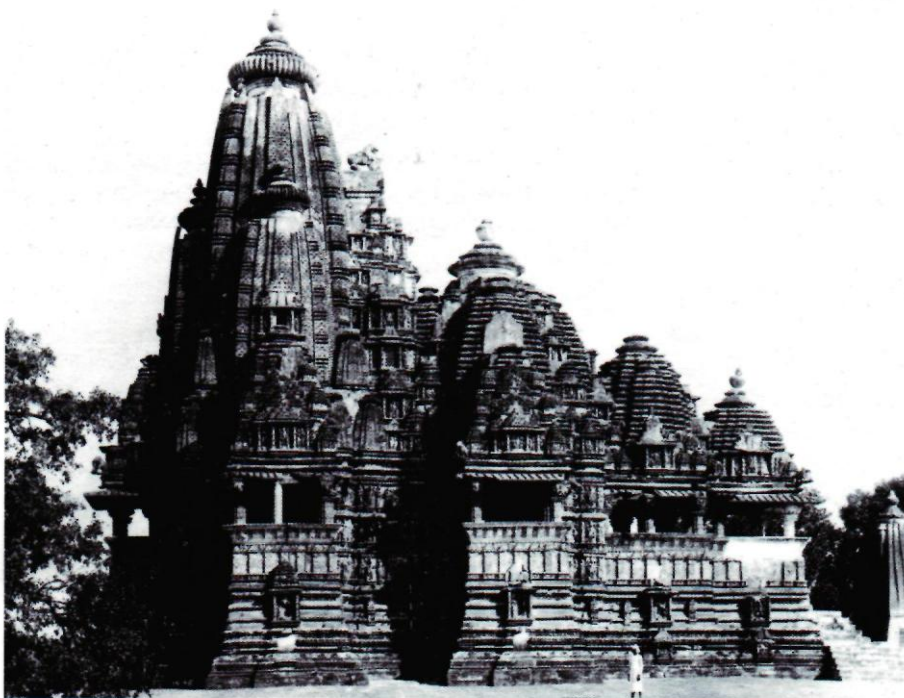


Este método de representação do *gnomon* mostra sua relação com a fórmula Pitagórica $a^2 + b^2 = c^2$. Aqui, aparece o crescimento gnomônico de um quadrado de superfície 4, até ao quadrado de superfície 5, em que o *gnomon* do quadrado maior, 5, é igual a 1/4 do quadrado inicial. 4.

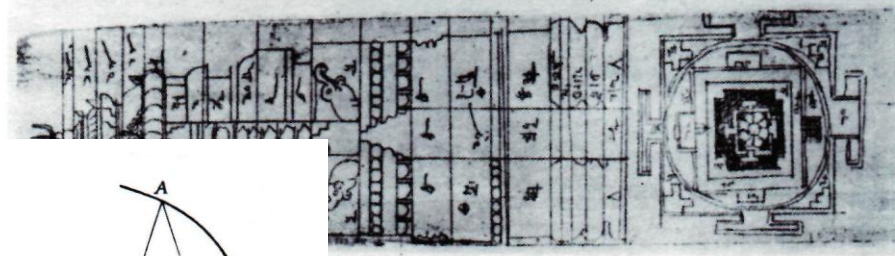


A planta do típico templo hindu é uma simples expansão gnomônica concêntrica que parte de um quadrado inicial. Dado que a *mandala* reflete a ordem celeste, cada quadrado contém o nome de uma divindade.

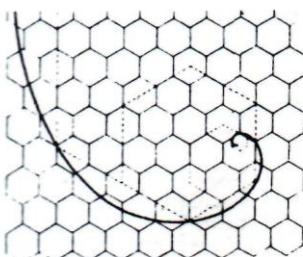
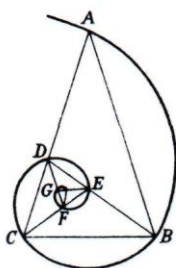




O *gnomon*, enquanto aumentos sucessivos no crescimento, define a passagem através do tempo. No templo hindu, esta expansão é uma extensão do quadrado inicial, que é o altar do sacrifício, do continente do fogo cósmico simbólico. Assim, o tempo é descrito como o fogo da vida, expandindo-se inexoravelmente, projetando para fora e voltando a consumir as formas contidas potencialmente no altar da semente inicial.



Esta *mandala* gnomônica da planta do edifício é utilizado também como o elemento guia que determina a elevação do templo.



O crescimento e os números derivados da expansão gnomônica têm implicações interessantes. Uma característica matemática é que todas as figuras que crescem por expansão gnomônica criam intersecções, sobre as quais podem se desenhar espirais. Estas formas, tal como o demonstrou Jill Purce de modo excelente em *A Espiral Mística*, estão em toda parte na natureza: os troncos em espiral de enormes eucaliptos, os chifres dos carneiros e das renas, os ossos do nosso esqueleto, as conchas dos moluscos, em particular a do *Nautilus pompilius*, que descreve uma espiral derivada da secção áurea. Podem ser observadas espirais nas florezinhas do girassol, na silhueta de uma folha cordiforme; no encrespamento do pelo, numa cobra enrascada ou na tromba do elefante, no cordão umbilical ou no ouvido interno.

Todas estas espirais são o resultado do processo de crescimento gnomônico, do qual o quadrado e seu gnomon pode ser considerado a forma arquetípica.

Estes diagramas de D'Arcy Thompson, retirados de sua obra *On Growth and Form*, mostram que se podem traçar espirais a partir do crescimento gnomônico de triângulos e hexágonos.

Caderno de práticas 6

Espiraís gnomônicas

As demonstrações seguintes dão uma noção do antigo método matemático para gerar quocientes de números inteiros que se aproximem o mais possível de funções incommensuráveis. Este método é atribuído ao matemático grego Diofante, mas provavelmente faz parte de um conhecimento matemático muito mais antigo. Podemos encontrar nestas demonstrações a integração do crescimento gnomônico, as importantes progressões aditivas de números, a progressão dos retângulos sagrados e os quocientes numéricos que se aproximam das raízes sagradas de 2, 3, e 5. Todas estas operações geométricas compõem a base de formação das curvas espirais que servem de modelo a numerosos aspectos do movimento universal, desde a partícula, à galáxia.

Começamos pelas progressões aditivas (que já vimos em relação a 0, na página 57). Podemos observar como esta mesma série numérica pode também conceber-se como uma progressão de retângulos que se expandem em formação espiral. Nosso método consistirá em comparar as relações entre as progressões que surgem das duas relações criativas essenciais, 1 : 2 e 1 : 3. Para fazê-lo, consideraremos uma série como uma sucessão de numeradores e a outra como uma sucessão de denominadores. Começaremos com a formação de uma espiral baseada em $\sqrt{5}$:

Origem 1 : 3 1 3 4 7 11 18 29 47 76 123
Origem 1 : 2 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55

Há duas características destas progressões de frações que devem ser assinaladas.

Em primeiro lugar, conforme cresce a série, mais a relação entre o numerador e o denominador se aproxima da raiz incommensurável de 5, isto é, 2,2360679...

Por exemplo, a fração de nossa série $29/13 = 2,230...$ é uma aproximação ligeiramente menor que $\sqrt{5}$. Mas a fração seguinte, $47/21 = 2,23809...$ é uma aproximação ligeiramente maior que o valor real de $\sqrt{5}$. A fração seguinte, $76/34 = 2,235...$, é de novo menor do que a raiz incommensurável, mas muito mais próxima que o quociente anterior; $123/55 = 2,23636$ é ligeiramente maior, mas se aproxima muito mais do quociente desejado. O esquema volta a ser uma oscilação entre maior e menor, que se aproxima cada vez mais da raiz supra-racional.

A segunda característica é que podemos conceber estas relações numéricas sucessivas como formas espaciais, isto é, quadrados e retângulos. Para transformar esta série numa configuração espacial, consideramos simplesmente 1 como o lado de uma área quadrada, e acrescentamos uma sucessão de quadrados à nossa figura existente, sendo o lado de cada novo quadrado igual à expansão precedente da cifra inicial:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, etc.

O retângulo original 1 : 2 já é formado por 1 + 1; assim, o comprimento 2 se torna no lado de um quadrado que se acrescenta ao retângulo original e dá 3. Este 3 se transforma no lado de um novo quadrado que se acrescenta ao precedente retângulo 3 : 2, e dá a nova relação, 3 : 5.

A relação entre dois números sucessivos desta série tende a se aproximar de "phi". A função logarítmica de ϕ (veja-se a página 56) permite-nos encontrar, tomando três números sucessivos desta série, a unidade 0^2 por exemplo, já que $1 + \phi = \phi^2$, exatamente o mesmo que a soma de 8 e 13=21, e a relação 13:8 pode ser considerada como um valor que se aproxima do "phi", enquanto 21 : 8 é o valor de ϕ^2 .

Tomemos agora nossa série de numeradores e vamos transformá-los numa configuração espacial considerando a relação 1 : 3 como um retângulo, e procedendo como anteriormente com a adição de um quadrado. O primeiro quadrado que tenha um lado de 3, acrescido aos retângulos originais da relação 3 : 4. O segundo quadrado terá 4 como lado, que ao ser acrescentado ao três dará 7, formando assim a segunda relação 4 : 7. Continuando assim, formaremos a série de números

1,3, 4, 7, 11, 18,29,76, 123, 199, etc.

Esta outra seqüência de números é diferente da atribuída a Fibonacci, mas aqui também a relação entre termos sucessivos tende para ϕ e cada um deles é formado pela adição dos dois termos precedentes.

Podemos agora reunir estas duas séries, cada uma das quais tende para ϕ como relação entre cada um de seus termos sucessivos, definindo entre ambas $\sqrt{5}$. A espiral é formada por esta união.

Utilizando este método, podemos desenvolver o traçado de três espirais cujas curvaturas expressam estas leis geométricas e proporcionais.

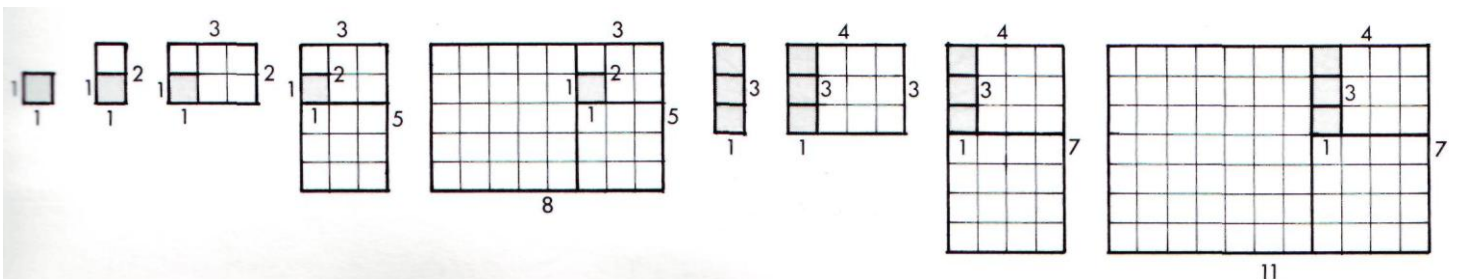


Figura 6.1. A espiral $\sqrt{5}$, a partir dos quocientes $1 : 2$ e $1 : 3$.

Para a espiral $\sqrt{2}$, partimos de novo das duas relações criativas $1 : 2$ e $1 : 3$ para dar início a algumas progressões que vão formar os numeradores e os denominadores de uma série de frações:

Origem $1 : 3$	1	3	7	17	41	99	números diagonais
Origem $1 : 2$	1	2	5	12	29	70	números laterais

Aqui, encontramos duas variações a partir da formação $\sqrt{5}$ descrita acima. Neste exemplo, nenhuma progressão começa com o número 1 repetido, e temos aqui, em vez da série aditiva simples, a adição dos lados de dois quadrados de cada vez.

6.1

O crescimento se obtém com a adição de dois quadrados semelhantes que têm por lado o lado maior do retângulo precedente. Assim, ao retângulo original $1 : 2$, acrescentar dois quadrados de lado 2 para obter-se um lado de $1 + 2 + 2 = 5$; em seguida, ao retângulo $2 : 5$, acrescentar dois quadrados de lado 5; obtém-se $2 + 5 + 5 = 12$, etc.

Ao retângulo $1 : 3$ original acrescentamos dois quadrados de lado 3, o que faz $1 + 3 + 3 = 7$, e a este 7, acrescentamos dois quadrados de lado 7, ou seja, $3 + 7 + 7 = 17$, etc. A série 1, 2, 5, 12, 29... etc, representa os lados dos quadrados cujas diagonais são respectivamente 1, 3, 7, 17, 41... etc. O quociente destas duas séries, que partem da unidade ("sendo a unidade", segundo Teon, "virtualmente o lado e a diagonal"), se aproxima cada vez mais de $\sqrt{2}$.

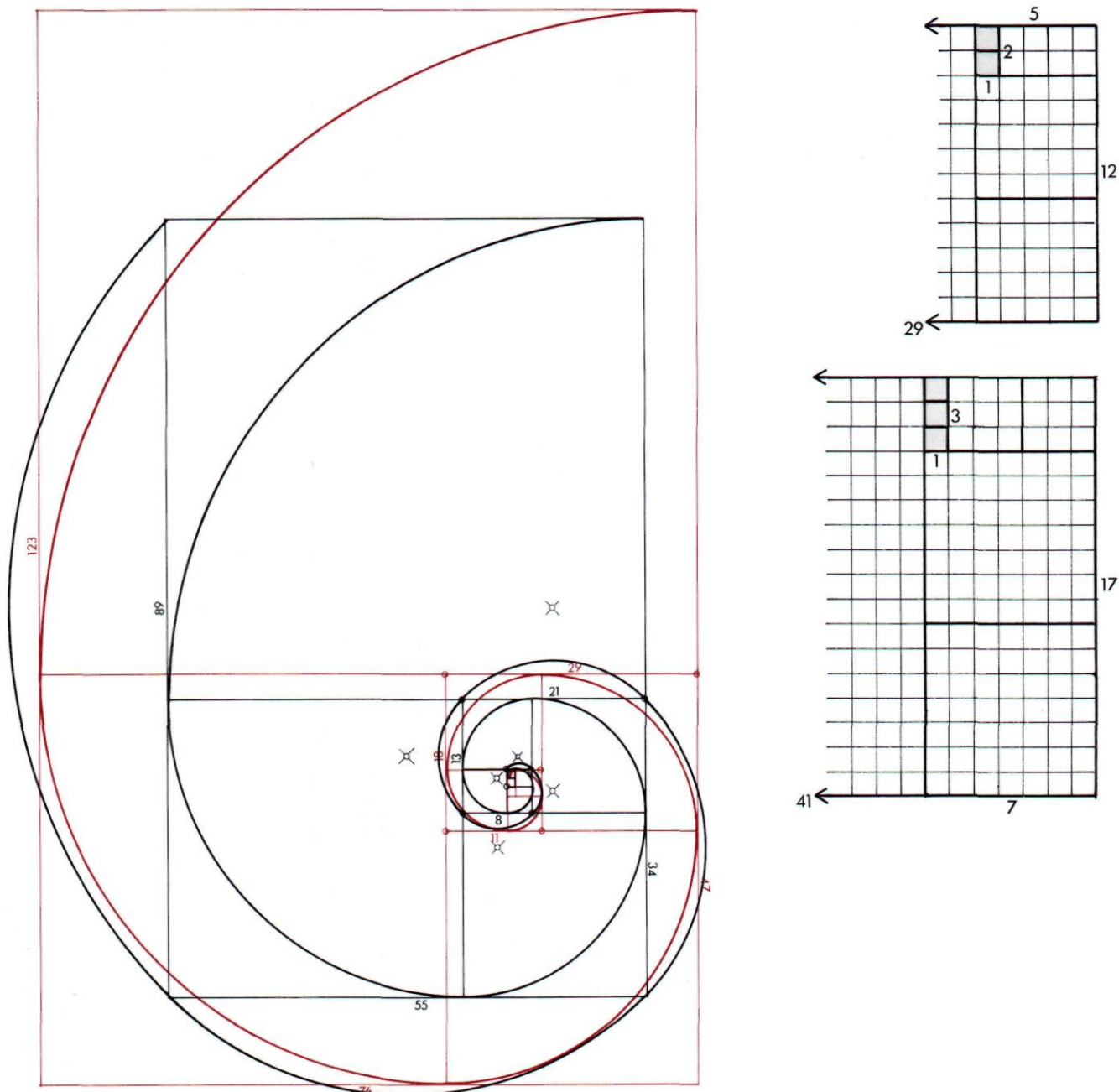


Figura 6.2 A espiral $\sqrt{2}$, que parte dos quocientes $1:2$ e $1:3$, mas com a adição sucessiva de dois quadrados.

Com apenas algumas modificações do procedimento geral, podemos agora construir a progressão e a espiral relacionada com a $\sqrt{3}$. As variações neste caso consistem em que a relação $1:3$ começa com 1, 1, 3... (em vez de 1, 3...) e proporciona os denominados em vez dos numeradores como nas outras duas espirais. Para a espiral $\sqrt{5}$, acrescentávamos sucessivamente um quadrado, e para a espiral $\sqrt{2}$ acrescentávamos sucessivamente dois quadrados, enquanto neste caso acrescentaremos primeiro dois quadrados e em seguida um quadrado.

Partindo da origem $1:2$, acrescentamos dois quadrados de lado 2 para totalizar $1 + 2 + 2 = 5$, e a seguir um só quadrado de lado 5 para fazer $2+5 = 7$ etc, e prosseguimos esta alternância acrescentando dois quadrados e em seguida um.

A figura original $1:3$ constrói-se exatamente da mesma forma e produz a série enumerada acima.

Como no caso das duas primeiras raízes, é a sobreposição dos numeradores e dos denominadores o que produz as relações que constituem a $\sqrt{3}$. Devido à adição "sincopada" de dois e em seguida de um quadrado, é impossível nesta construção desenhar ao mesmo tempo a espiral interna e a externa. A $\sqrt{3}$, sendo o princípio formativo, atua apenas como a espiral que contém ou externa.

Origem $1:3$ 1 2 5 7 19 26 71 97 etc. $\frac{\sqrt{3}}{1}$
 Origem $1:2$ 1 1 3 4 11 15 41 55

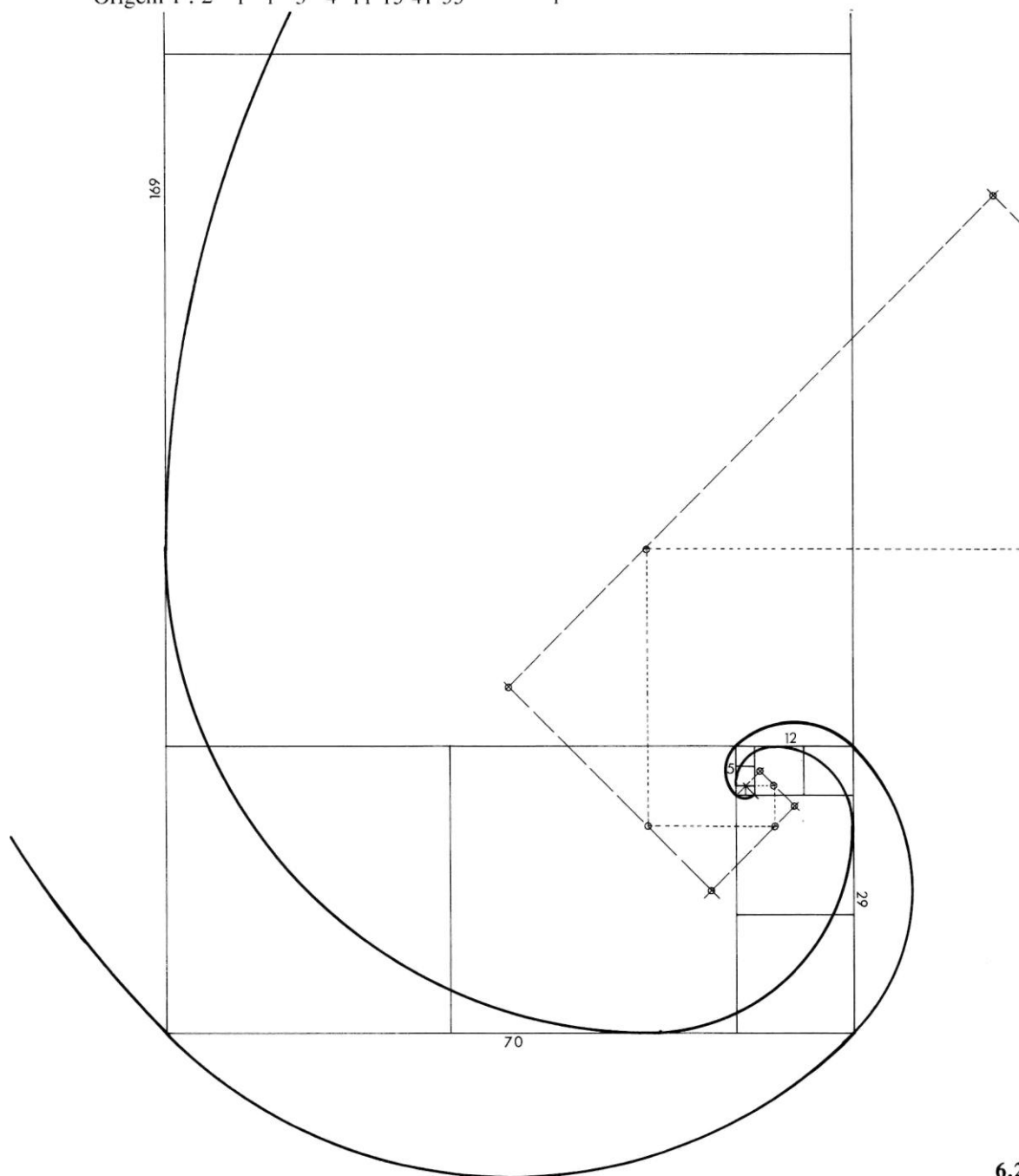
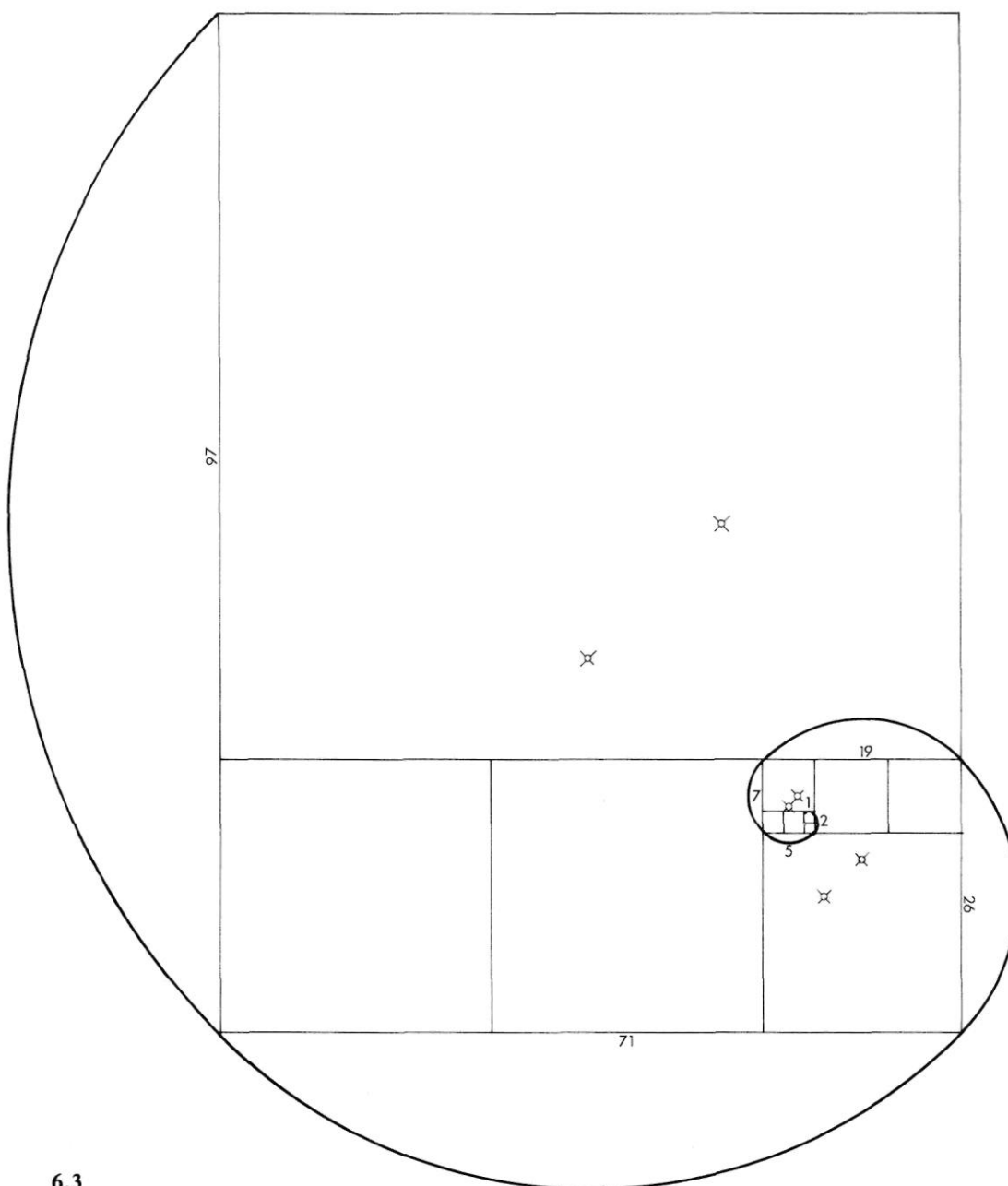


Figura 6.3. Estas demonstrações da construção de espirais foram em parte extraídas de *O templo do Homem*, de R.A. Schwaller de Lubicz.

O propósito profundo deste desenvolvimento da espiral de números em torno das raízes supra-rationais se fundamenta no fato de que dispomos de um modelo relativamente à forma em que uma causa indefinível (raiz) pode se expressar num jogo de números e formas definíveis. A espiral continua sendo a nossa imagem mais profunda do movimento do tempo e portanto é central na nossa visão da evolução. A passagem seguinte de *O Problema do renascimento*, de Sri Aurobindo, verbaliza precisamente o que acabamos de experimentar sobre a lei universal através da linguagem da geometria:

O que temos ao nosso redor é um constante processo de desligamento em seu aspecto universal; os termos passados estão aí, contidos nele, realizados, sobrepostos, mas em geral e em forma diferente continuam repetidos como suporte e fundo; os termos presentes estão aí não como um recurso improdutivo, mas como uma gestação ativa, plena de tudo aquilo que ainda está por se desprender no espírito: *não uma recorrência decimal irracional, repetindo para sempre inutilmente suas cifras, mas como uma série em expansão dos poderes do infinito.*

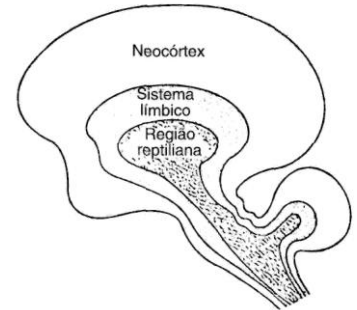
É, com toda segurança, a vontade das coisas que avança, grande, deliberada, sem pressa e sem pausa, através dos séculos, sejam quais forem, para *informar* cada vez mais as suas próprias figuras com a sua própria infinita realidade.



Observando a disposição das sementes desta planta, podemos entender, tendo presentes as anteriores demonstrações da formação de espirais, o antigo aforismo tântrico: "A forma é a envoltura da pulsação".



Comentário do Caderno de Práticas 6



O esquema gnomônico como base do desenvolvimento do cérebro através da evolução.

A espiral logarítmica é tão rica em harmonias geométricas e algébricas que os geômetras tradicionais a denominaram *spira mirabilis*, a espiral milagrosa. Enquanto o raio da espiral aumenta em progressão geométrica, o ângulo radial aumenta em progressão aritmética. São duas progressões numéricas que produzem todos os quocientes sobre os quais se constroem as escalas musicais. Podemos desta forma encontrar nestas espirais de figuras gnomônicas uma relação próxima entre as leis temporais do som e das leis proporcionais do espaço.

O crescimento do cérebro humano parece ter-se efetuado por expansão gnomônica. O mesmo bulbo (o cérebro interno ou posterior) que dominava durante a fase réptil da evolução continua presente em nós. Acima deste, está o cérebro médio, a zona límbica que era o aparelho mental dominante durante a evolução mamífera; e por fim, apareceu o córtex cerebral no homem superior.

A expansão gnomônica na natureza forma desenhos visíveis das sucessivas etapas do crescimento. Isto está relacionado de forma interessante com nossa noção de tempo. Geralmente, concebemos o tempo ou como um fugaz movimento direcional de um passado que se dissolve em direção a um futuro imaginário, passando por um presente imperceptível, ou então, misticamente, como uma plenitude eterna que abarca tudo. O princípio gnomônico traz uma terceira descrição do tempo. O tempo como a expansão de um crescimento após outro, uma evolução, poderíamos dizer, pertencente às energias conscientes que transcendem suas formas e substâncias transitórias. Segundo a sabedoria chinesa, "o corpo inteiro da consciência espiritual progride sem pausa; o corpo inteiro da substância material sofre uma decadência sem interrupção." Neste modelo, o tempo passado continua presente enquanto forma, e a formação cresce mediante as pulsações da expansão gnomônica rítmica. Se retiramos a capa ou compartimento recém segregado pela concha do *nautilus*, na realidade estamos regressando no tempo de sua vida. As formas desenvolvidas logaritmicamente sempre comportam este elemento de retenção do tempo passado e, portanto, simbolizam a evolução, não da substância, mas da consciência.

圖求互弦股句

Quadrado de $ku = 16$



O quadrado inscrito representa o quadrado de $kou = 9$

Quadrado de $kou = 9$

圖矩之實句

股	弦	井	爲	家		句	實
						股	實

Antigos problemas matemáticos chineses, baseados no princípio gnomônico.

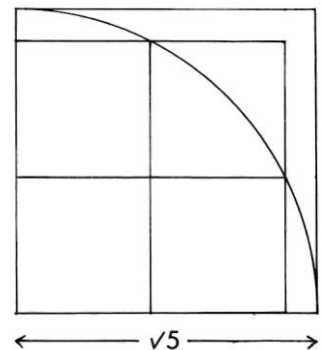
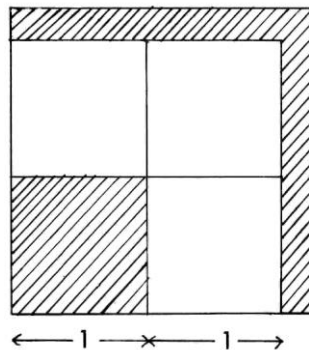
No tempo gnomônico, todas as fases existem em capas que estão sempre presentes, como a estrutura em anos-luz do espaço galáctico que nos permite, quando contemplamos de noite um céu estrelado, vislumbrar o passado dos corpos celestes distantes, enquanto as capas de luz que estão além da luz visível são as ondas de energia futura que alcançarão a terra e influirão sobre ela. Todos os aspectos do mundo material, incluídos nossos próprios corpos, estão portanto em tempo passado, existindo numa capa gnomônica residual que já foi rebaixada pelas fluentes energias cósmicas. É uma idéia algo perturbadora, mas que não difere muito da noção de tempo que nossos ancestrais tinham. Diz o *Atharva Veda*:

O homem e a forma estão no Resíduo. O mundo é o Resíduo. Indra e Agni estão no Resíduo. O universo está no Resíduo. O Céu e a Terra, toda a Existência está no Resíduo. A água, o oceano, a lua e o vento estão no Resíduo.

Na iconografia egípcia, o quadrado e seu gnomon aparecem no trono de Osíris sobre o qual se senta o rei. O rei entronizado, como representante do eterno poder solar sobre a terra, se associa assim adequadamente com o elemento fixo, o quadrado com seu gnomon, aquele que é constante através do crescimento e da mudança. Mas este trono é também o trono de Osíris — a divindade que representa o esquema cíclico da mudança na natureza — em seu reino ultraterreno da potencialidade. Neste sentido, o trono é o suporte fixo em que devem descansar os fluxos dos ciclos osirianos.



O trono em que Osíris está sentado é claramente representado por um quadrado de 4, transformando-se num quadrado de 5, mediante o princípio da $\sqrt{5}$, na qual se baseiam todas as proporções de ϕ . Surge, portanto, como sede do mundo da transformação através da morte e do renascimento, representado por Osíris.



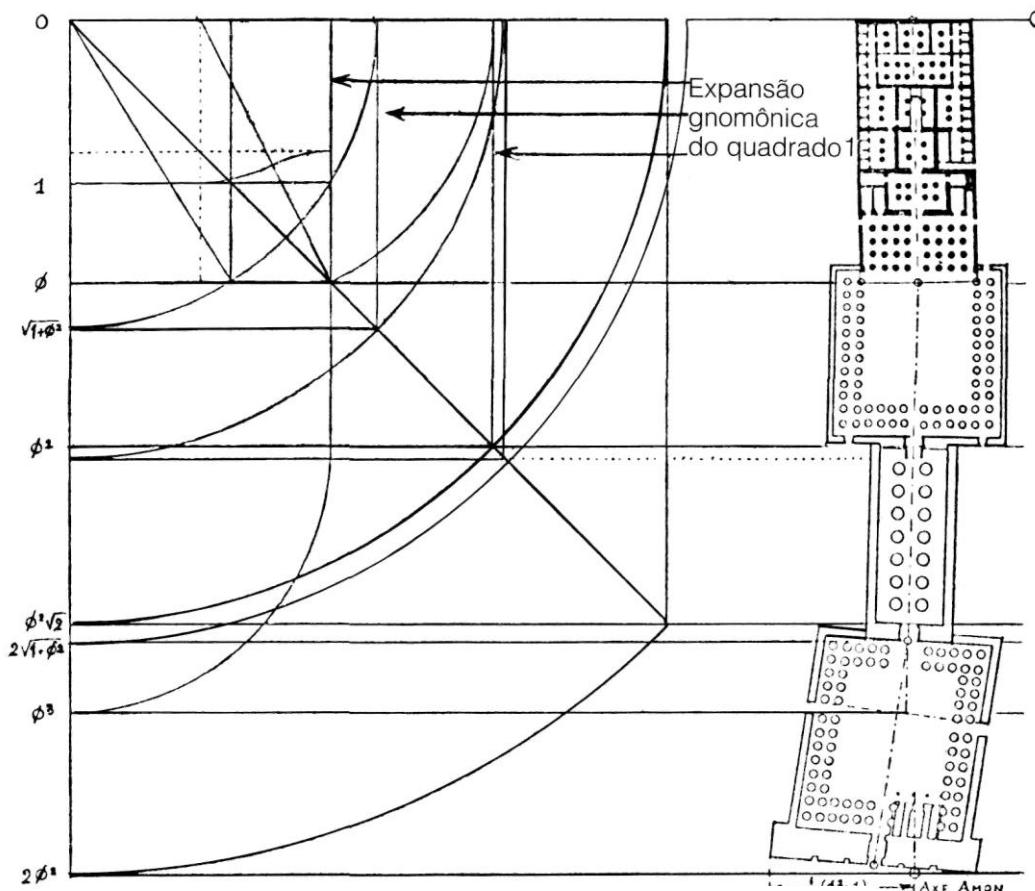
Esta figura representa também a passagem do 4 ao 5, isto é, do reino elementar ou mineral, associado com o número 4, ao reino da vida, associado ao número 5, pois a natureza começa a criar figuras pentagonais apenas com o advento da vida. A unidade original dentro dos quatro quadrados do 2^2 se projeta para fora para formar o gnomon, a quinta parte, que é igual em sua superfície a cada um dos outros quatro quadrados.

O rei vivo não é apenas o representante terreno do eterno poder solar, mas também é Horus, o filho de Osíris, que recebe a essência-força de seu pai e a devolve ao mundo. A relação entre pai e filho ou entre o rei morto e o rei vivo era muito importante na sociedade tradicional, e pode ser vista como a pulsação de retenção gnomônica do passado no presente e no futuro. Se o poder e a influência do rei morto, o pai, estão relacionados com

o quadrado original, e as energias e atividades do rei vivo com sua expansão gnomônica, teremos a imagem de uma ordem social baseada na relação entre o indivíduo e sua comunidade ancestral. A surpreendente continuidade da antiga cultura egípcia ao longo de três milênios demonstra uma contínua inovação na qual nada da experiência essencial do passado se perdia.

O quadrado e seu gnomon servem pois como imagem arquetípica de certos tipos de crescimento na natureza, e como imagem do tempo e da evolução em si mesma. Esta figura é valiosa para nos ajudar a ver além da superfície das coisas e poder identificar sua configuração subjacente, função que tem sua própria dinâmica e seu próprio mecanismo.

Mediante um enfoque filosófico da geometria, tentamos contemplar as características da forma enquanto portadoras de significado em si mesmas. Por exemplo, há uma mensagem teolológica contida na própria espiral, pois esta se move em direções sucessivamente opostas em direção à expansão final, tanto do infinitamente expandido, como do infinitamente contraído. A espiral se aproxima constantemente destes dois aspectos incompreensíveis da realidade derradeira, e portanto simboliza um universo que avança em direção à perfeita singularidade de onde surgiu. Assim, os braços em forma de espiral de nossa galáxia constituem uma imagem da continuidade entre polaridades fundamentais: o infinito e o finito, o macrocosmos e o microcosmos.



O templo egípcio de Luxor utiliza na sua arquitetura o princípio gnomônico, como no templo hindu, mas de maneira bastante diferente. Aqui, as fases de construção do templo, que são regidas pelas diferentes proporções de ϕ do quadrado inicial do santuário interior, coincidem com as fases de crescimento do corpo humano, simbolizado por toda a planta do templo.

VII. A quadratura do círculo

Aqui são apresentados diferentes diagramas que aparecem na literatura dedicada à geometria sagrada, relacionados todos eles com a singular idéia que se conhece como a "quadratura do círculo". Trata-se de uma prática cujo objetivo é construir, sem mais instrumentos do que um comum compasso e uma régua, um quadrado que seja virtualmente igual em seu *perímetro* à circunferência de um círculo dado, ou que seja virtualmente igual em *área*, à área de um círculo dado. Posto que o círculo é uma figura incomensurável baseada no n , não é possível desenhar um quadrado que o iguale, senão aproximadamente. Contudo, a quadratura do círculo é de grande importância para o geômetra-cosmólogo, pois para ele o círculo representa o espírito-espaço puro e não manifesto, enquanto o quadrado representa o mundo manifesto e compreensível. Quando se atinge uma igualdade quase completa entre o círculo e o quadrado, o infinito é capaz de expressar suas dimensões ou qualidades através do finito.

Caderno de práticas 7

Quadrando o círculo

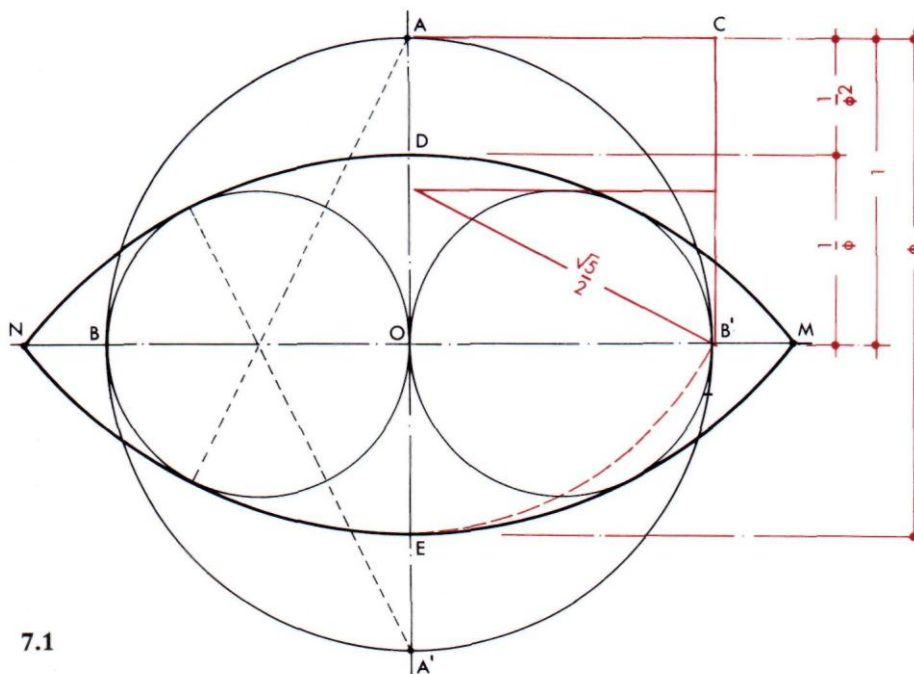
Nas páginas seguintes, convidamos o leitor a seguir uma forma de quadrar o círculo, que contém muitas chaves simbólicas para a contemplação da criação universal. Começemos por traçar um círculo, reconhecendo-o como a metáfora geométrica de um espaço homogêneo e não diferenciado. Como em nossos outros diagramas, esta unidade-espaço deve dividir-se numa dualidade para poder criar. Começemos portanto por dividir a unidade-círculo em duas metades, divisão que se dá *dentro* da unidade inicial.

Figura 7.1. Traçar um círculo de centro O e raio $OA = 1$. Traçar os diâmetros AA' e BB' em ângulo reto. Com

seu centro no diâmetro BB' , traçar dois círculos, cada um deles com um raio que seja a metade do raio do círculo original. A partir do ponto A , traçar um arco NM tangente às circunferências dos círculos interiores. Repetir a partir do ponto A' . Construir o quadrado $ACB'O$ a partir do raio OA do círculo original.

Tal como mostra o arco da semi-diagonal deste quadrado, o raio AE do arco NEM é ϕ , e os arcos NEM e NDM dividem os raios AO e AO' na secção áurea de $1/\phi$ e $1/\phi^2$.

Ao dividir desta maneira o círculo unitário em dois, surge um curioso paradoxo, no qual se baseia o símbolo tradicional do *yin-yang*. As duas



circunferências dos círculos interiores somadas são iguais à do círculo maior, mas a área contida nos dois é apenas a metade da do círculo original. O 1 se tornou em 2. Tanto a mitologia hindu, como a alquimia medieval européia nos apresentam a mesma metáfora para contemplar este mistério de uma unidade homogênea que se torna uma dualidade polarizada: quando se deixa repousar o leite homogeneizado ou muito batido a uma temperatura moderada, entrará em fermentação ácida que coagulará o leite, formando os glóbulos de gordura da coalhada, que flutuam no soro aquoso. Temos então a separação entre duas formas surgidas de uma fonte comum que se repelem mutuamente. Mitologicamente, este processo natural é simbolizado como Caim e Abel, como Set e Horus, Indra e os assírios, etc; a interação universal e antagônica que forma a vida: é o *yin* e o *yang*.

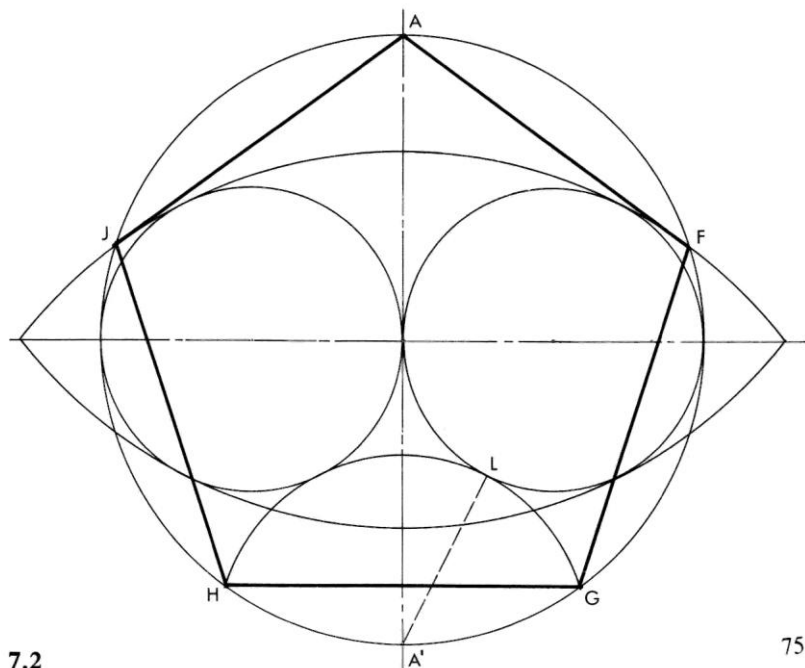
Quando formamos geometricamente o continente dos dois círculos traçando um arco a partir de cada extremo do diâmetro vertical tangente aos dois círculos, terminando ambos os arcos no diâmetro horizontal, vemos que estes dois arcos cortam o raio vertical OA (considerado como 1 ou a unidade) na secção áurea de $1/\phi$ e $1/\phi^2$. O número áureo como divisão primeira da unidade é aqui análogo ao provocador invisível, o poder universal contrator ou coagulante. Também é evidente que o raio deste arco é igual a $1 + 1/\phi$, ou seja, ϕ .

A "*vesica*" que encerra a dualidade primeira (semelhante à "*vesica piscis*" do "Caderno de práticas 2", mas de proporções diferentes) encontra-se onde quer que seja no Egito como símbolo de Rá, a força solar doadora de vida, o mundo da emanção, a boca que pronuncia os nomes dos deuses, as frações. A boca de Rá também assemelha-se ao movimento descrito por uma corda que vibra (veja-se a página 22).

Figura 7.2 O arco de Rá, que é tangente aos dois círculos interiores, corta o círculo exterior ou unidade no ponto exato que determina o lado de um pentágono regular inscrito no círculo exterior, medido desde o extremo superior do diâmetro vertical até J , à esquerda, e até F , no extremo inferior do diâmetro vertical, e traçando um arco tangente à curva mais próxima dos círculos gêmeos, podemos obter o comprimento exato de um terceiro lado do mesmo pentágono inscrito, que toca o círculo exterior à esquerda em H e à direita em G . Em seguida, unindo simplesmente os dois pontos superiores do pentágono a cada extremo da base, formamos um pentágono perfeito inscrito no círculo.

Assim, ao mesmo tempo que a excisão original ou contração em dois, temos o plano do retorno; o pentágono, o símbolo da vida, com sua simetria quádrupla que aparece apenas nos organismos vivos. É a figura atribuída aos aspectos físicos e vitais do homem, que por meio dos cinco sentidos percebe o mundo natural e desta maneira assume existência. O pentagrama da estrela formado pelas diagonais do pentágono simboliza a humanidade transformada ou aperfeiçoada, pois todos os segmentos do pentagrama da estrela derivam da secção áurea (veja-se a página 52).

Desta forma, a divisão inicial, que dá simultaneamente as proporções de uma simetria quádrupla, leva em si uma mensagem teolológica que é da vida enquanto força elevatória, e retorna até à luz, como vemos nas plantas que ao crescer giram em direção à fonte de energia luminosa que incorporam. Esta elevação se dá geometricamente no momento em que se inicia a criação, quando o 1 se torna 2. Uma vez invocado este princípio em nossa metáfora geométrica da criação, podemos proceder com a quadratura simbólica.



Esta quadratura do círculo medieval mediante o pentágono se utiliza para simbolizar a harmonização da intuição (indicada pelo pentágono) e da razão (indicada pelo quadrado), ou a idéia de que o infinito (o círculo) comunica com a inteligência humana através das leis da harmonia.



Figura 7.3. Inscrever o círculo inicial num quadrado. Em seguida, traçar um círculo a partir do mesmo centro do círculo original e cujo raio seja a distância até à ponta da "vesica". Este círculo será igual em circunferência ao perímetro do quadrado tangente ao círculo inicial.

Sabemos que o quadrado que circunscreve o círculo original de raio 1 tem um lado de 2. Logo, o perímetro deste quadrado é 8 e, portanto, é aproximadamente igual à circunferência do círculo maior, ou seja, 7,993.

Obtemos assim o valor de n que segundo se acredita, foi utilizado pelos antigos egípcios para a construção da Grande Pirâmide:

$$\begin{aligned} 2\pi\sqrt{\phi} &= 8 \\ \pi\sqrt{\phi} &= 4 \end{aligned}$$

logo,

$$\begin{aligned} \sqrt{\phi} &= \frac{4}{\pi} = 1,272... \\ 4\sqrt{\phi} &= \pi = 3,1446056... \end{aligned}$$

enquanto o verdadeiro K é 3,1415926...

Um n quase exato, utilizando o número áureo é $\phi^2 \times 6/5 = 3,1416404...$ O quociente $5 : 6$ ou $1 : 1,2$, por certo, é a função que relaciona π com π , e 1,2 é igual à relação entre 12 e 10. Doze é o número de círculos do tempo cósmico, é o número da realização, tanto que o quociente de 6 por 5 relaciona o hexágono com o pentágono.

Voltando à nossa figura, utilizando o lado da quarta parte do quadrado (que é idêntico ao raio do primeiro círculo) como unidade, podemos determinar estes valores:

$$pn = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1,118... = \frac{1}{2} + \frac{1}{\phi}$$

$$B'n = B'K = A'M = \phi = 1,618...$$

$$OD = On = \frac{1}{\phi} = 0,618...$$

$$AD = \frac{1}{\phi^2} = 0,3819...$$

$$OM = \sqrt{\phi} = 1,2720196...$$

$$AF, HG = \sqrt{(1 + 1/\phi^2)} = 1,1756 = \text{lado do pentágono}$$

$$DM = \sqrt{2} = 1,4142135...$$

Figura 7.4. Esta figura se baseia no seguinte:

O raio do círculo que circunscreve a boca de Rá, segundo Pitágoras:

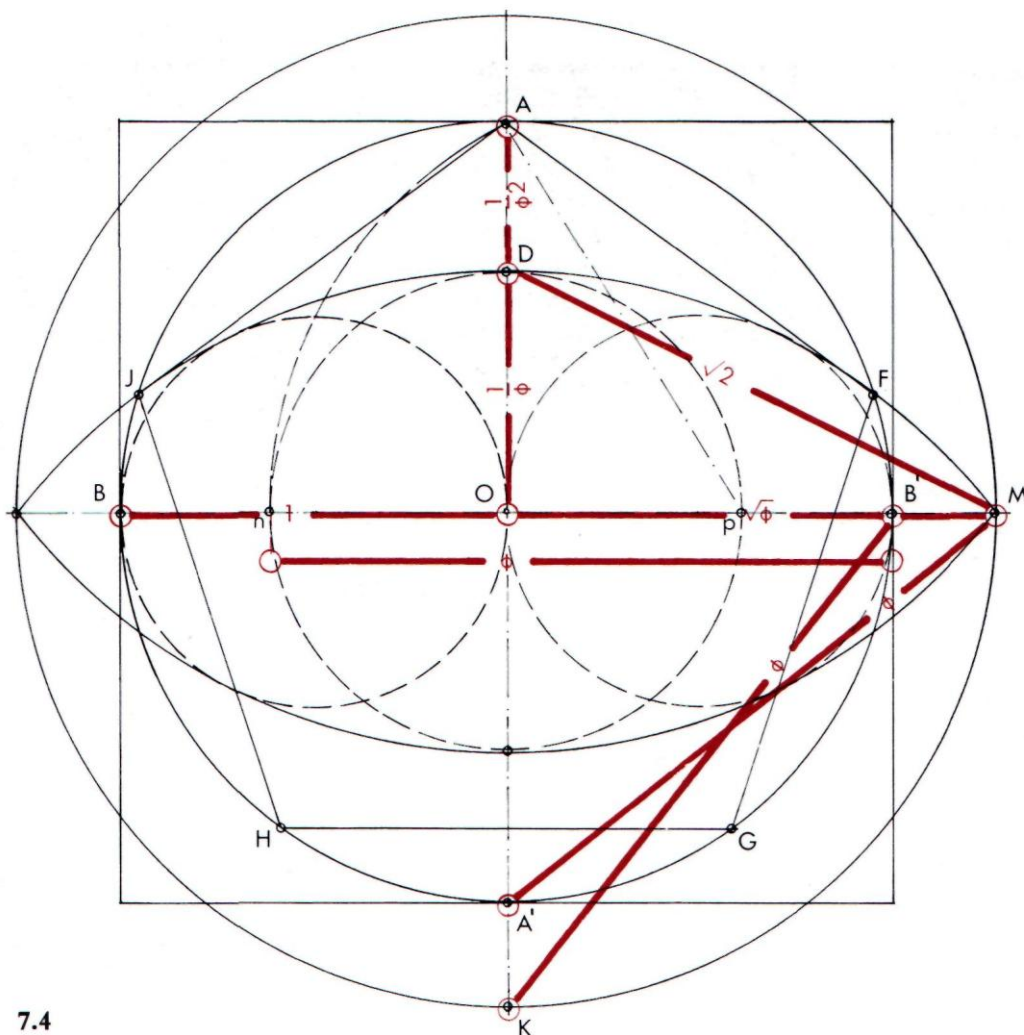
$$\phi^2 = 1 + f^2$$

$$r = \sqrt{\phi} - 1$$

$$r = \sqrt{\phi}$$

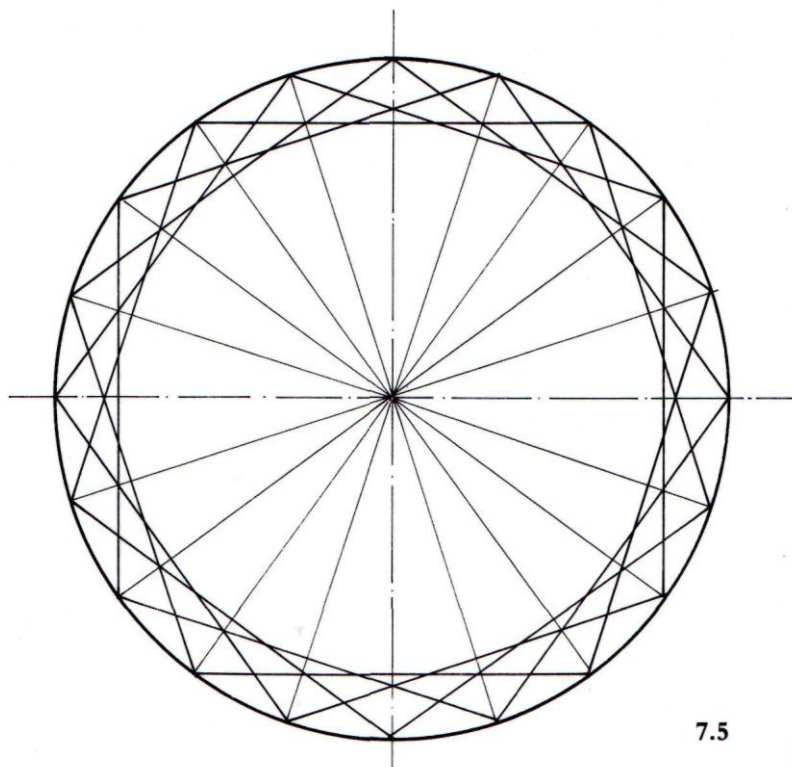
e a circunferência é igual a $2\pi\sqrt{\phi}$, com $\sqrt{\phi} = 1,272...$ e

$$\begin{aligned} \pi &= 3,142 \\ 2\pi\sqrt{\phi} &= 7,993 \text{ para a circunferência, ou aproximadamente } 8. \end{aligned}$$



7.4

Figura 7.5. O objetivo seguinte é construir um quadrado cuja área seja igual à do círculo original. Para inscrever três pentágonos, marcar o ponto correspondente no círculo e, em seguida, traçar a bissetriz dos segmentos resultantes. Isto nos dá os pontos de partida dos três novos pentágonos, de tal forma que o número total de vértices é 20. Isto pode simbolizar para nós a simetria quádrupla da quinta-essência, o florescimento do princípio da vida em seu retorno à luz, que se expressa em termos de simetria quádrupla, nos elementos da natureza: a terra, o ar, o fogo e a água.



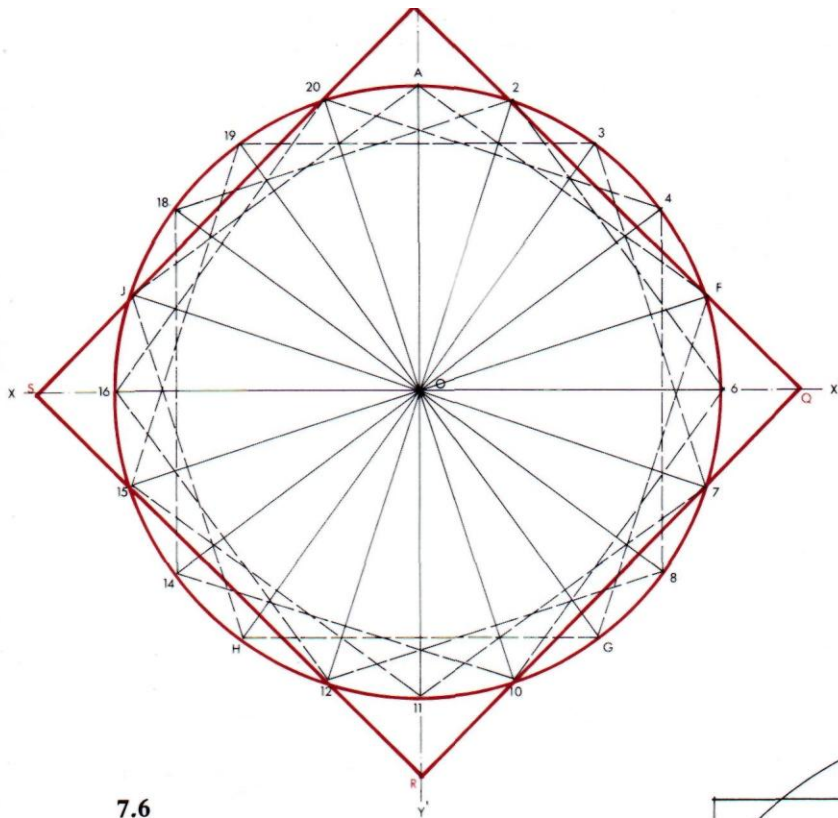
7.5

Figuras 7.6, 7.7 e 7.7a. Se partimos do ponto A, em que o primeiro pentágono toca o eixo vertical, e traçamos uma linha reta que passe pelo segundo e o quinto vértice dos pentágonos, e em seguida prolongamos estas linhas até aos eixos vertical e horizontal (PQ), este será o primeiro lado de um quadrado. Sigamos este traçado para formar as linhas QR, RS e SR Utilizando os métodos geométricos de cálculo do pentágono e sua diagonal do "Caderno de Práticas 5", podemos determinar os valores dados nas figuras 7.7 e 7.7a, e comprovar assim que este novo

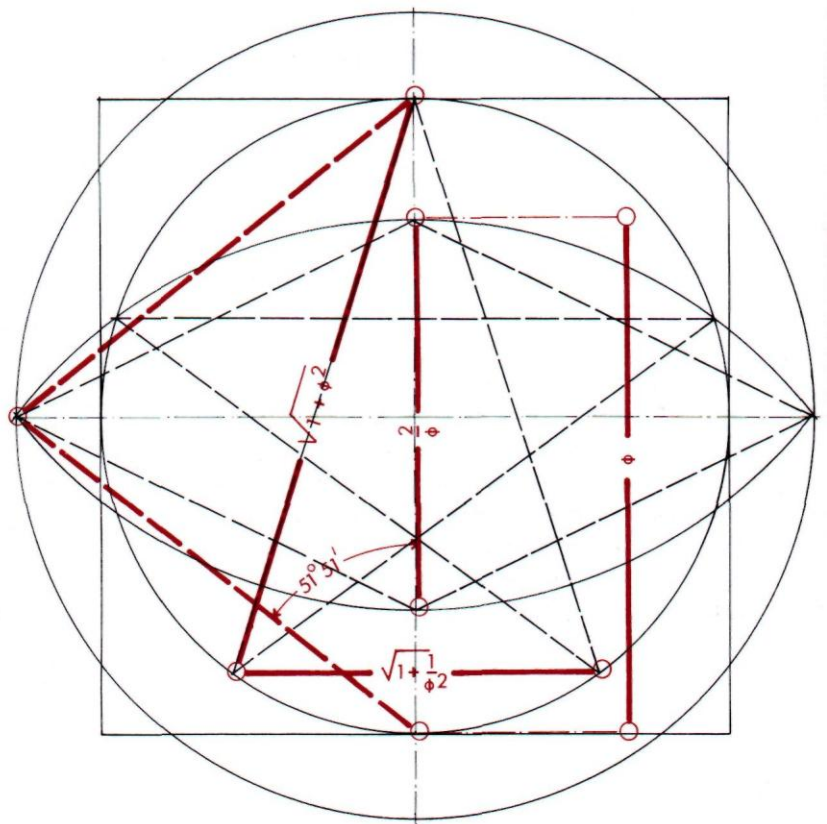
quadrado será aproximadamente igual em área à superfície do círculo inicial. A metade da diagonal do quadrado, $OP = 1,26006$, e lado do quadrado

$$PQRS = 1,26006 \times \sqrt{2} = 1,7819938.$$

Esta é uma quadratura extraída de um desenho da Idade Média e não é matematicamente muito exata, mas simbolicamente é de grande simplicidade e beleza. Os números dados mostraram que o lado é de 1,7819938, enquanto um quadrado mais perfeito seria de 1,7724397, o que leva a uma diferença de 0,0095548, ou um n igual a 3,17.

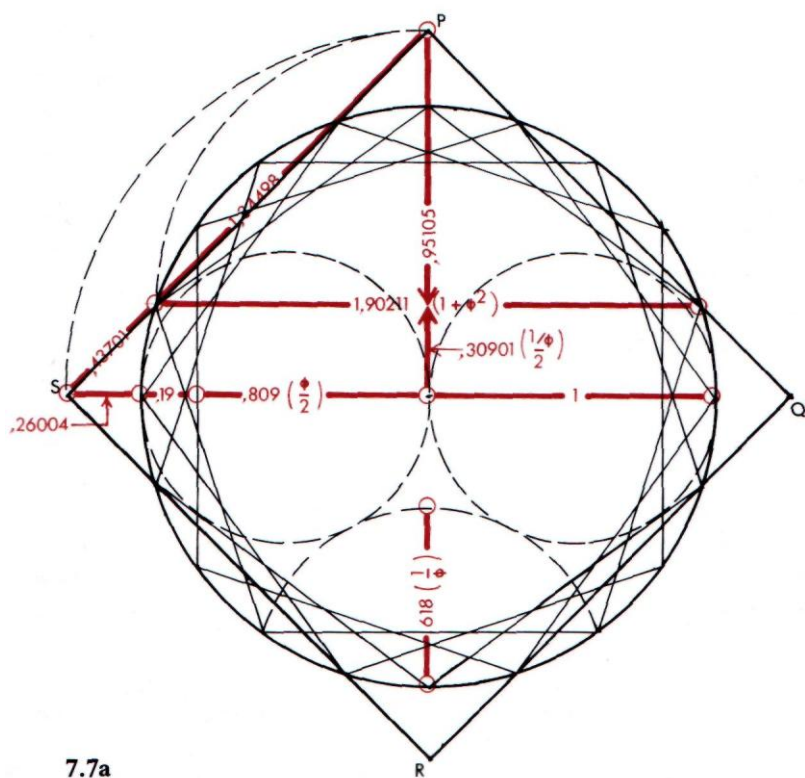
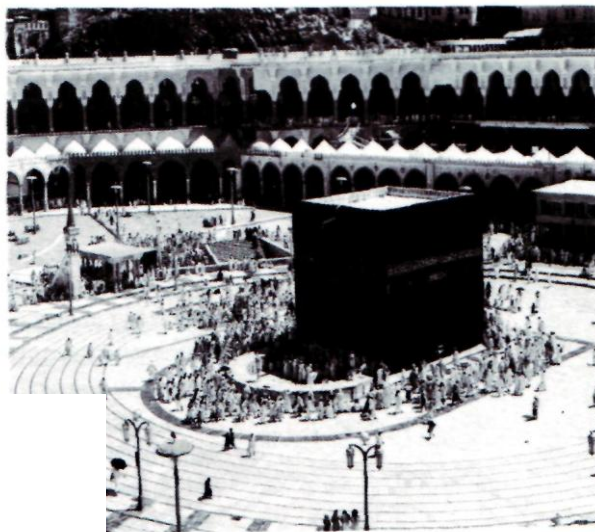


7.6



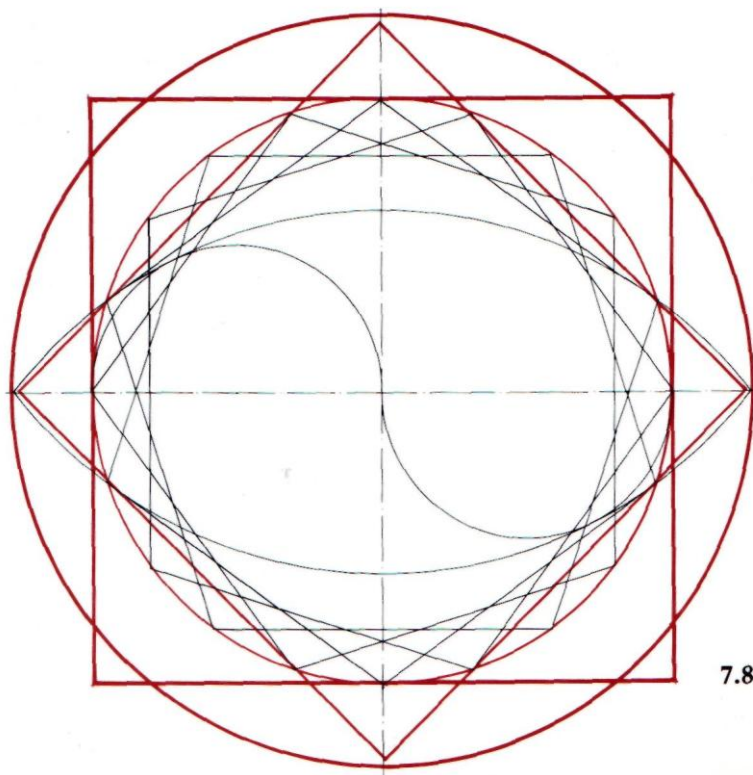
7.7

A circunvalação ao redor da *Kaaba* (cubo) em Meca é um ritual simbólico relacionado com o conceito da quadratura do círculo.



7.7a

Figura 7.8. Combinando os desenhos, reparamos que a "vesica", ou boca de Rá, formada pelo quadrado inicial abstrato, *não* toca, mas sim *emite* o segundo quadrado manifesto (o da superfície). Aqui temos num diagrama a relação geométrica clássica entre o círculo e o quadrado, entre o mundo espiritual e o material. Na seção seguinte, trataremos esta mesma relação em volume, entre a esfera e o cubo.



7.8

VIII. A mediação: a geometria se torna música

Estudamos a divisão da unidade tanto através da idéia da função raiz (a raiz geradora de 2 e a raiz regeneradora de 5), como da idéia das proporções de três e quatro termos que delas resultam. Nesta seção, veremos conjuntamente a idéia de proporção e da raiz, de tal maneira que sua relação possa ser entendida plenamente e, ao mesmo tempo, mostraremos como esta geometria resultante se torna a base da harmonia musical. Esperamos que isto traga luz sobre a afirmação de Goethe: "A geometria é uma música imóvel".

A melhor aproximação a estes objetivos reside naquilo que se considera a pedra de toque das antigas matemáticas filosóficas, a *ciência da mediação*, que é a simples observação das funções dos termos médios. Utilizando nossa explicação das proporções de três e quatro termos (página 44) como ponto de partida, prestemos atenção acima de tudo à advertência de Platão, segundo a qual as comparações baseadas em quatro elementos, isto é, em "proporções descontínuas de quatro termos", são do tipo que ele denomina "saber particular", que é de caráter vulnerável, aberto à disputa e à arbitrariedade. Em oposição a este, está o "saber essencial", que não é uma simples acumulação de dados factuais ou conceituais pertencentes a objetos ou fenômenos, mas que consiste numa consciência de conceitos metafísicos, mediante os quais a mente alcança sua capacidade de compreensão. As leis que regem a criação de coisas são as mesmas leis que permitem sua compreensão, e o saber essencial é um entendimento destas leis. Tal conhecimento se pode atingir, segundo Platão, através do estudo da mediação, que é a união de dois termos extremos por um simples termo médio. Vimos o exemplo das proporções compostas de três termos, $a : b :: b : c$, o que chamamos proporção geométrica e que os gregos chamavam *logos*. Mas esse exemplo simples não é a única *proporção* de três termos, e a ciência da mediação explora todos os sistemas proporcionais possíveis entre três termos, não apenas através de uma relação proporcional direta, mas também através do jogo da *diferença*.

Pode-se definir uma proporção de mediação como *um grupo de três números desiguais tais que entre duas de suas diferenças a relação é a mesma que a de um destes números entre si mesmo ou entre um dos outros dois números*.

Este estranho "koan" matemático contém a fórmula das três principais médias: a aritmética, a geométrica e a harmônica.

Vejamos passo a passo a definição das três médias. Uma proporção média é formada por um grupo de três números quaisquer, sendo a maior do que b e b maior do que c ($a > b > c$), de tal maneira que "...duas de suas diferenças", isto é:

$a - b$ (esta é uma diferença)

e $b - c$ (esta é a segunda diferença)

"... a relação, isto é

$a - b : b - c$

"...é a mesma que a de um destes números em relação a si mesmo" (caso 1):

$a - b : b - c :: a : a, b : b, c : c$

"...ou a mesma que a de um destes números em relação a um dos outros dois":

(caso 2) $a - b : b - c :: a : b$ ou

(caso 3) $a - b : b - c :: a : c$.

No caso 1, se resolvemos o termo médio b , a expressão se transforma em $b = (a + c)/2$, que é a fórmula geral de uma proporção aritmética. 3, 5, 7 é uma progressão aritmética com uma média aritmética $b = 5$.

No caso 2, se resolvemos o termo médio b , a expressão se transforma em $b^2 = ac$ ou $b = \sqrt{ac}$, que é a fórmula geral de uma proporção geométrica. 4, 8, 16 é uma progressão geométrica cujo termo médio $b = 8$.

No caso 3, o termo médio é $b = 2ac/(a + c)$ e esta é a fórmula geral da proporção harmônica. 2, 3, 6 é uma progressão harmônica com o termo médio $b = 3$.

Esta definição da mediação dá-nos então a fórmula geral de todas as nossas operações matemáticas básicas. A proporção aritmética contém a lei da soma e da sua inversa, a subtração, e descreve a relação que produz a série natural dos números cardinais 1, 2, 3, 4, 5, 6... etc. A proporção geométrica contém a lei da multiplicação e sua inversa, a divisão, e descreve a relação que produz qualquer série de progressões geométricas. Conforme dissemos, a soma e a multiplicação são símbolos matemáticos de modelos de crescimento. A média harmônica deriva de uma combinação dos dois primeiros; é formada por uma multiplicação de dois extremos quaisquer (a , c), seguida da divisão deste produto pela sua média ou média aritmética $(a + c)/2$. Por exemplo se tomamos dois extremos, 6 e 12, o produto de 6 por 12 = 72; a média aritmética entre 6 e 12 é 9 e $72 + 9 = 8$; logo, 6, 8, 12 é uma proporção harmônica.

$$\text{Aritmética: } b = \frac{a + c}{2}$$

$$\text{Geométrica: } b^2 = ac$$

$$\text{Harmônica } b = \frac{2ac}{a + c}$$

Cada proporção tem um número de características que lhe são próprias. Por exemplo, a proporção aritmética mostra igual diferença, mas um quociente diferente. Assim, na proporção aritmética 3, 5, 7,

$$7 - 5 = 5 - 3, \text{ mas } 7/5 \text{ não é igual a } 5/3.$$

Uma proporção geométrica, por sua vez, se caracteriza por ter o mesmo quociente, mas desigual diferença. Assim, na proporção geométrica 2, 4, 8,

$$4/2 = 8/4, \text{ mas } 4 - 2 \text{ não é igual a } 8 - 4.$$

O traço mais importante e misterioso da proporção harmônica é o fato de que o inversa de toda progressão harmônica é uma progressão geométrica. Assim, 2, 3, 4, 5 é uma progressão aritmética ascendente, enquanto a série inversa $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$ é uma progressão harmônica descendente. Na música, é a inserção das médias harmônica e aritmética entre os dois extremos em forma de quocientes duplos — que representam a oitava dupla — a que nos dá a progressão conhecida como a proporção "musical", isto é, 1, $4/3$, $3/2$, 2. Por outras palavras, as médias aritmética e harmônica entre os duplos quocientes geométricos são quocientes numéricos que correspondem aos intervalos tonais da quarta perfeita e da quinta perfeita, as consonâncias básicas em quase todas as escalas musicais.

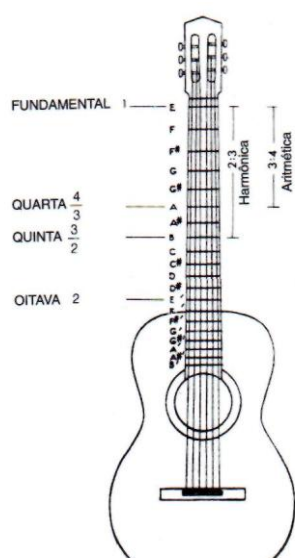
A estrutura proporcional básica que contém os axiomas para nossas operações matemáticas primárias é também a estrutura proporcional básica das leis musicais. Investiguemos mais a fundo o papel destas três proporções como as formas arquetípicas do pensamento para a totalidade do universo da música.

A progressão 1, $4/3$, $3/2$, 2 representa as frequências do tom fundamental, da quarta, da quinta e da oitava. Procuramos em seguida as proporções aritméticas e harmônicas entre os comprimentos de corda 1 e $1/2$, que representam a divisão pela metade da corda

A oitava musical baseia-se em um tom cuja frequência vibratória está exatamente relacionada com outro tom na proporção de 2:1. No violão, por exemplo, se pulsamos a primeira corda inteira, EX , tocamos um tom fundamental chamado E (Mi) na notação musical. Para facilitar os cálculos, daremos a este som o valor 6, que designará suas vibrações por segundo (na realidade, 82,5). Se depois apoiamos o dedo no traste E' (Mi) e tocamos a *longitude* de corda $E'X$, sua frequência vibratória será o dobro que a de EX . Assim obtemos o valor numérico de 12, que forma a relação 2:1 com 6. O tom $E'X$ = 12 chama-se oitava de E (Mi). O som da oitava tem a estranha característica de ser da mesma qualidade que o tom fundamental, ao ponto de que parece fundir-se com ele, mas é de um registro muito mais agudo. A experiência de ouvir a oitava contém o mistério da simultaneidade entre a igualdade e a diferença. Esta qualidade de perceber ao mesmo tempo a igualdade e a diferença faz parte do equilíbrio espiritual que a geometria sagrada

pretende cultivar: aquele que precisamente discerne e ao mesmo tempo integra harmoniosamente.

Da mesma forma, se apoiamos o dedo no traste do violão marcado B(Si) e , tocamos a longitude da corda BX , o tom terá a relação de 3:2 com a fundamental EX , ou tal e como mostramos, 9:6. Este tom B(Si) é um belo som consoante e chama-se a quinta musical porque é o quinto tom numa série natural de divisões da corda EX , a escala maior diatônica com E como Do e B como Sol. Há uma escala de oito intervalos tonais naturais entre E e E', por isso o nome "oitava". Se apoiamos o dedo no traste assinalado como A(La) e fazemos soar a corda AX , soará outra nota consoante chamada quarta, e sua frequência se dará de acordo com a relação de 4:3 com a fundamental, ou como aqui se indica, de 8:6.



batida, com a que se aumenta a frequência em uma oitava. Isto nos dá a progressão 1, 3/4, 2/3, 1/2, posto que a média harmônica entre 1 e 1/2 = 2/3, a quinta musical, e a média aritmética entre 1 e 1/2 = 3/4, a quarta musical. Comparando estas progressões, verificamos uma inversão de quocientes e um cruzamento das posições funcionais entre as médias aritmética e harmônica.

O mistério da harmonia musical que se desenvolve a partir de uma inversão simultânea também implica a simultaneidade da soma e da multiplicação. A oitava do tom fundamental se obtém mediante a soma dos intervalos: em comprimento de corda, a quinta mais a quarta equivale à oitava, e também a multiplicação da frequência de vibração da quarta pela da quinta é igual à oitava ($4/3 \times 3/2 = 2$). O efeito combinado da adição e da multiplicação produz o logaritmo em matemática, e conforme vimos, a proporção áurea é o arquétipo desta forma de crescimento.

A tabela anterior expressa o mistério explícito da lei do som, que consiste em que os números considerados como relações de frequência numa escala ascendente são iguais aos comprimentos de corda na escala descendente. A lei da harmonia musical, vista da perspectiva da proporção de mediação, se torna em símbolo da lei da ordem natural, o "tao" dos mundos criados, em que a interação de movimentos opostos mas simultâneos cria por sua vez o som e a forma.

Podemos agora começar a visualizar este princípio numérico e harmônico em plano geométrico.

A média geométrica se encontra na fórmula $b^2 = ac$.

A média harmônica corresponde à fórmula $b(a + c) = 2ac$, isto é, o produto da soma dos extremos, multiplicado pela média, é igual a duas vezes o produto dos extremos, ou

VIBRAÇÃO	NOTA	ARIT. (QUARTA)	ARIT. (QUINTA)	OITAVA
	1	4/3	3/2	2
	6	8	9	12
COMPRIMENTO DE CORDA	12	9	8	6
	1	3/4	2/3	1/2
NOTA	ARIT. (QUARTA)	ARIT. (QUINTA)	OITAVA	

A proporção geométrica chama-se a proporção *perfeita* porque é uma relação *proporcional* direta, uma igualdade na proporção ligada por um termo médio. As médias aritmética e harmônica conseguem esta perfeição mediante o intercâmbio das diferenças num jogo de alternâncias e inversão.

Esta tabela mostra a inversão e o cruzamento simultâneos dos termos médios aritméticos e harmônicos na proporção musical, considerados do ponto de vista da vibração e do comprimento da corda.

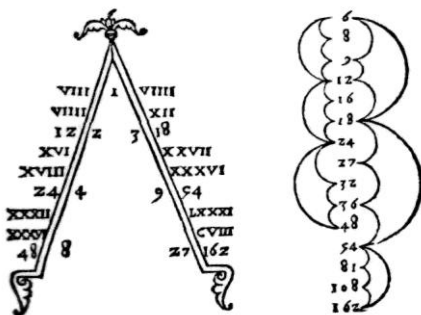
Caderno de práticas 8

Geometria e música

Tratemos agora de verificar em progressões numéricas o que acabamos de expressar em palavras. Tomando primeiro a série geométrica, alinhamos duas séries geométricas (de quociente 2), uma que começa pelo primeiro número ímpar (masculino) que segue a unidade, o 3, e a outra que começa pelo primeiro número par (feminino), o 2. $1 : 2$ simboliza numericamente a oitava, a média espacial em que a primeira divisão por 3 (que dá a quinta $2/3$) simboliza a função-semente proporcionadora da forma, que registra e especifica as divisões proporcionais fixas dentro do oceano primário do som indiferenciado, a oitava.

3 6 12 24 48
2 4 8 16 32

Na sua obra *Timeo*, Platão demonstra que a multiplicação de 2 por 3 nos dá todos os números do sistema de afinação de Pitágoras, mediante multiplicações sucessivas por quintas ($3/2$). E como platônicos, recordamos que o 2 simboliza o poder de multiplicidade, a oitava, o receptáculo feminino mutável, enquanto que o 3 masculino simboliza o que proporciona o modelo, especificador, fixador e imutável, cuja tabela de multiplicação produz a totalidade da música. Esta era a "música das esferas", as harmonias musicais tocadas entre estes dois primeiros símbolos masculino e feminino.



Este diagrama de Giorgi mostra as duas progressões de 2 e de 3, tal como as apresenta Platão em sua obra *Timeo*, associadas com a proporção musical 6,8,8,12. Utiliza a proporção musical como base dos números que geram uma sucessão musical de oitavas, quartas e quintas, construindo assim um sistema harmônico que podia ser utilizado como modelo na arquitetura, na pintura e em outras artes.

Façamos agora com que estas duas séries geométricas se interpenetrem, de tal forma que as progressões geométricas atuem como uma espécie de copulação:

Harmônica



Aritmética

Podemos ver aqui que qualquer sucessão de três números intercalados traz alternativamente uma proporção aritmética e uma proporção harmônica: 2, 3, 4 é aritmética; 3, 4, 6 é harmônica; 4, 6, 8 é aritmética; 6, 8, 12 é harmônica, etc. Assim, a fusão entre o número masculino, gerado geometricamente, e o número feminino, também gerado geometricamente, nos proporciona duas possibilidades proporcionais alternativas.

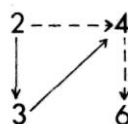
Tomemos agora o mesmo que vimos em estrutura linear e vejamos em estrutura formal, mediante a *tabela de Lambda*:

1	2	4	8	16	32	64
	3	6	12	24	48	96
		9	18	36	72	96
			27	54	108	216
				81	162	324
					243	486
						729

É uma disposição triangular de números, onde se entrecruzam a progressão geométrica do 2 (horizontal) e a progressão do 3 (diagonal). Todos os números verticais sucessivos formam entre si o quociente $2 : 3$, que vem a ser o mesmo que multiplicar um termo por $3/2$, para obter o número seguinte. Esta multiplicação sucessiva por $3/2$, a quinta musical, é o método utilizado pelos pitagóricos para gerar a escala musical. As origens da série de números que aparece nas páginas 82 e 83 tornam-se agora evidentes.

O caráter generativo da *tabela de Lambda* se enfatiza na gravura em madeira de 1503 (página 7), mediante sua reprodução nas pernas da mulher. Examinando a tabela, podemos ver que cada quadrado de quatro números, por exemplo, 2, 4, 6, 3, contém em seu interior duas progressões aritméticas (isto é, 2, 3, 4 e 2, 4, 6), que compõem os três lados superiores do quadrado e

Aritmética



Harmônica



uma diagonal. Vemos na mesma figura as progressões harmônicas 2, 3, 6 e 3, 4, 6 que formam três lados de um quadrado, dois deles que coincidem com a primeira proporção e o outro que forma o quarto lado do quadrado e a outra diagonal. Temos, portanto nesta *tabela de Lambda*, que nos foi transmitida por Nicômano de Gerasa, uma interpenetração destas duas proporções que

produz o *quadrado*, que como vimos é o símbolo dos reinos finitos, cognoscíveis e manifestos. Estes são os números e as proporções musicais com as quais, segundo Platão, estava ajustada a "alma do mundo".

Outro exercício geométrico mostra a relação entre as funções da raiz e os princípios da mediação, que criam o mundo da harmonia na música.

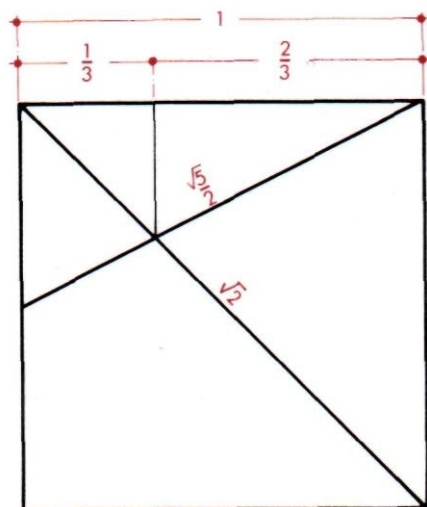


Figura 8.1 1 - Aritmética

Figura 8.1 Utilizando o quadrado como unidade, sendo seu lado e sua área iguais a 1, observaremos mediante a prova geométrica ou mediante a trigonometria, que cruzando a $\sqrt{2}$ com a $\sqrt{5/2}$, e levantando simplesmente uma perpendicular desde o ponto de interseção até ao lado (1), dividimos a unidade em $1/3$ e $2/3$, e utilizando a unidade como termo maior, temos uma proporção aritmética de termos: $1/3, 2/3, 1$.

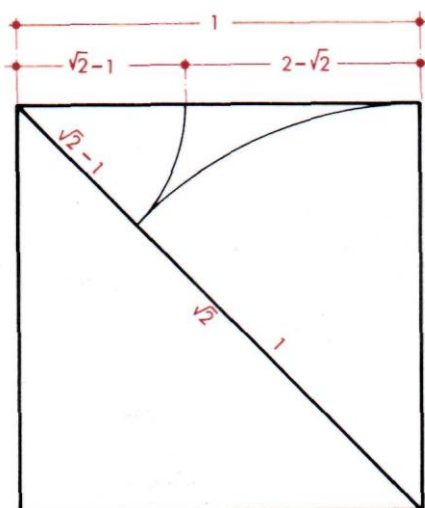


Figura 8.2 $(\sqrt{2} - 1), (2 - \sqrt{2}), 1$ - Harmônica

Figura 8.2 Utilizando de novo o quadrado como unidade e por meio de um arco desde o canto inferior esquerdo, projetemos o comprimento do lado 1 até sua interseção com a diagonal $\sqrt{2}$. Traçar depois um arco desde o canto superior direito até ao lado superior do quadrado. Voltamos a ter um ponto no lado superior, através do qual podemos dividir o quadrado, mas esta divisão cria uma proporção harmônica de três termos $(\sqrt{2} - 1), (2 - \sqrt{2}), 1$.

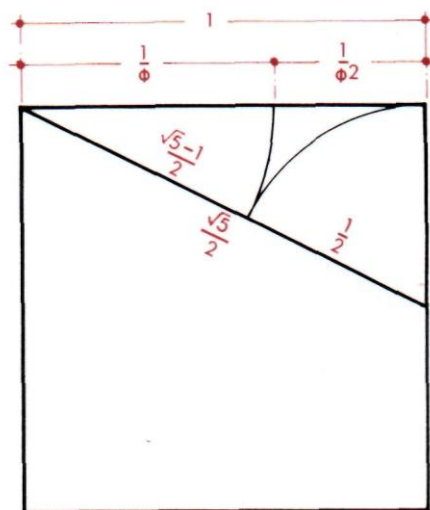


Figura 8.3 A última divisão do lado do quadrado 1 se realiza com a $\sqrt{5/2}$. Efetua-se traçando um arco desde o ponto de interseção entre o meio do lado e a semi-diagonal, e um arco de raio igual à metade do lado, até o lado superior do quadrado. Isto divide nossa unidade em proporção geométrica, $1/\phi^2; 1/\phi; 1$.

	Maior	Mediano	Pequeno
Media aritmética	1	$\frac{2}{3}$ (0,666)	$\frac{1}{3}$ (0,333)
Media harmônica	1	$2 - \sqrt{2}$ (0,586)	$\sqrt{2} - 1$ (0,414)
Media geométrica	1	$\frac{1}{\phi} \frac{\sqrt{5}-1}{2}$	$\frac{1}{\phi^2} \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

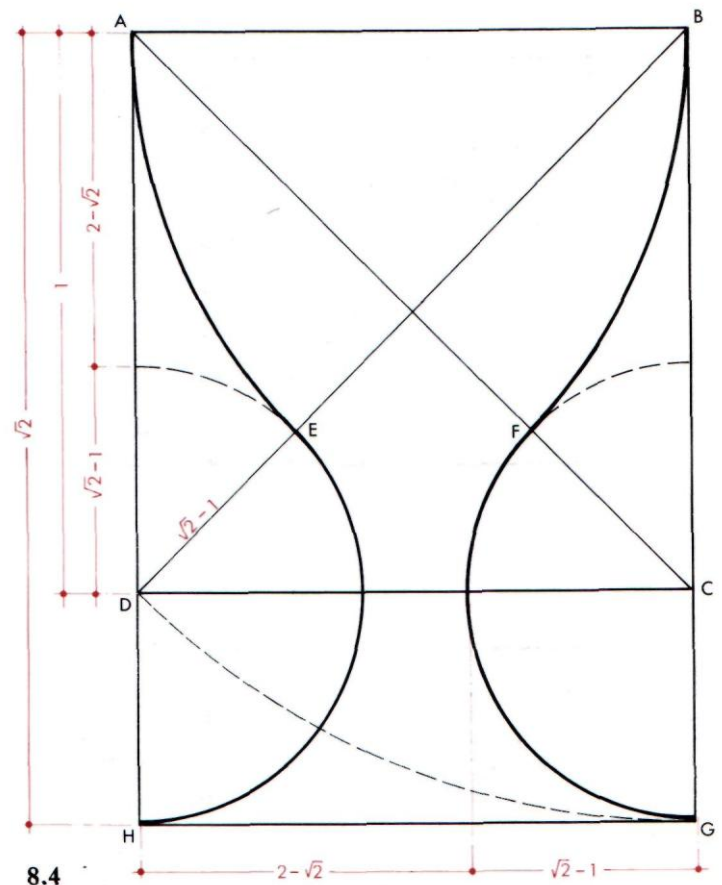
Este é o *análogos* ou proporção geométrica tal como se expressa na divisão em termos extremo e médio, mas no interior da mesma unidade inicial.

As três médias foram construídas com a condição de que o 1 é o maior dos três termos. Esta série era considerada como uma configuração das proporções transcendentes (supra-rationais), pois todas elas são conteúdos incommensuráveis na unidade inicial.

(Recordemos que a própria música antiga é construída sobre relações de números inteiros unicamente, mas o princípio da estrutura musical pertence às divisões supra-rationais da unidade.) As três médias compreendem a trindade das trindades, três expressões proporcionais únicas de três termos cada uma. Expressam mediante as raízes sagradas de 2 e de 5 a divisão harmônica essencial tanto do tempo (música), como do espaço (geometria), e foram muitas vezes utilizadas nas culturas tradicionais como base da arquitetura, da arte, da ciência, da mitologia e da filosofia.

Figura 8.4. Apresenta-se aqui uma forma de desenhar um vaso de belas proporções, ou vasilha em forma de taça, utilizando somente a divisão harmônica para estabelecer suas curvas e medidas. Podemos conjecturar dizendo que esta é a essência geométrica do Santo Graal.

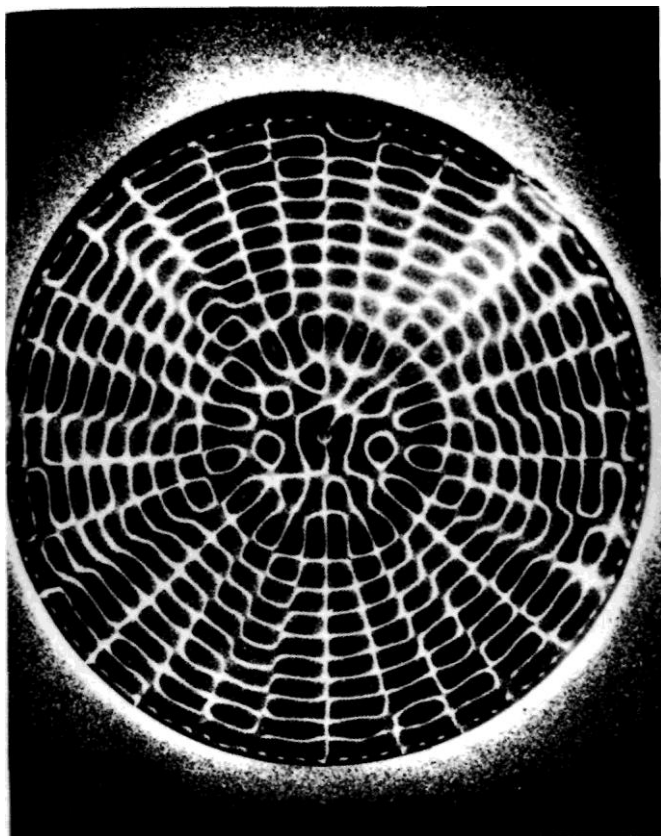
Dado um quadrado $ABCD$ de lado 1, traçar suas diagonais AC e BD . Com o raio BD e do centro B traçar o arco DC para formar $BG = \sqrt{2}$. Com raio CG e do centro C traçar o arco GF . Com raio AF e do centro A traçar o arco FB para completar a metade da silhueta do "grial". Repetir no lado oposto para completar a figura.



Devido talvez ao fato de que o estudo das leis da mediação nos permite vislumbrar a relação fundamental entre a música e a geometria, Platão diz em sua obra *Septima carta* que é mais venerável do que o estudo de qualquer outro conhecimento. Talvez por esta mesma razão, os egípcios tenham construído as duas grandes pirâmides de Gizé, uma delas baseada em $1, \sqrt{\phi}, \phi$ — o único triângulo cujos lados estão em progressão geométrica — e a outra com seus lados baseados na progressão aritmética 3,4,5. Em nossos dias, Simone Weil fala-nos da importância deste estudo como base filosófica do misticismo cristão.

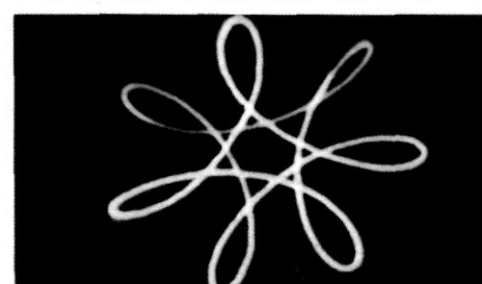
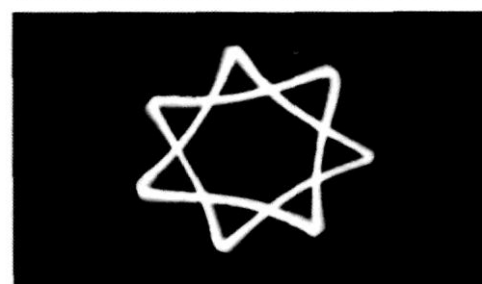
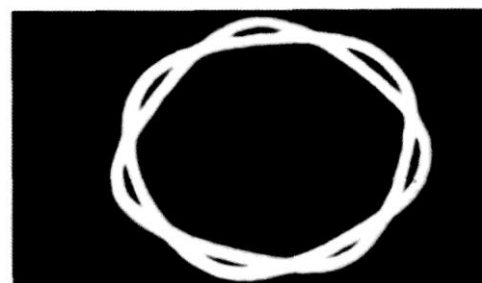
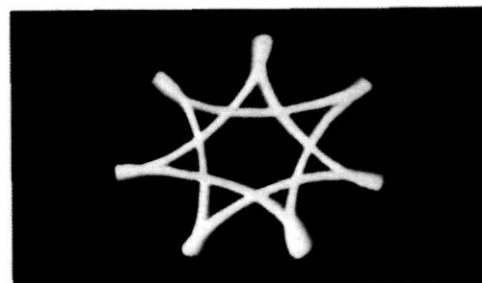
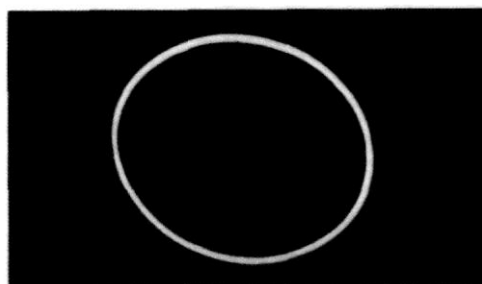
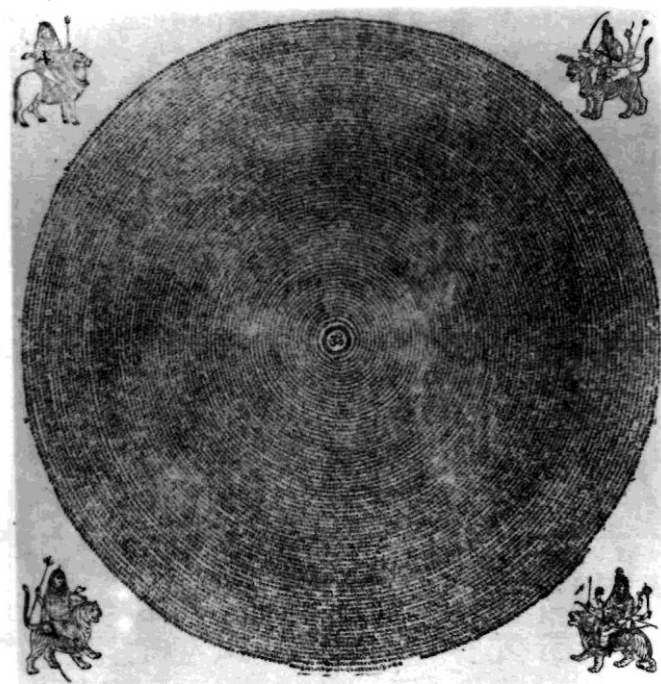
Na obra de Hans Jenny, é onde podemos começar a ver a relação entre forma e som no mundo físico. As experiências de Jenny demonstraram que as frequências de som tendem a ordenar as partículas soltas em suspensão, ou a organizar emulsões em dispersão hidrodinâmica segundo esquemas ordenados, formais e periódicos. Por outras palavras, o som é um instrumento mediante o qual os esquemas de frequência temporal podem se tornar esquemas formais espaciais e geométricos.

As frequências sonoras nesta experiência fazem com que as partículas soltas se organizem em esquemas geométricos.



(Direita) Os esquemas de interferência na frequência dos efeitos eletrônicos geram simetrias geométricas. A figura de sete pontas surge do círculo e a ele retorna.

Imagem das vibrações do "som da semente", o *Om*.



No Antigo Egito, o sentido do ouvido - isto é, a resposta direta às leis proporcionais do som e da forma - era considerado como a base epistemológica da filosofia e da ciência. Isto evoca o harpista cego, cuja sabedoria proverbial não procede do mundo visual da aparência, mas de uma visão interna da lei metafísica.



Várias ciências estão hoje verificando a antiga visão cosmogônica de uma criação que vibra mediante a palavra criadora ou som cósmico. Alain Daniélou assinala que nesta absorção do misterioso intercâmbio entre vibrações e formas se basearam as grandes culturas espirituais do passado:

Desde os átomos até ao universo, cada um dos movimentos cósmicos possui um tempo, um ritmo, uma periodicidade, e pode se comparar então à vibração, e portanto, a um som que expressa sua natureza. Nem todas as vibrações são perceptíveis aos nossos ouvidos, mas as relações entre as vibrações podem ser comparadas às relações entre frequências audíveis. Todos os átomos podem considerar-se como formas de uma energia que se expressa a um ritmo, e todas as substâncias são caracterizadas por uma relação particular de ritmos que se pode representar mediante uma relação de sons. E graças a esta similitude entre, por um lado, as relações dos sons, e por outra parte, as formas e as substâncias da natureza, que se tornam possíveis a linguagem e a música.

Os sons puros, os sons imateriais que constituem a natureza profunda das coisas e que Kabir denomina "sua música inaudível", podem ser percebidas mediante instrumentos mais sutis do que os nossos ouvidos. Atingir sua percepção constitui uma das metas da prática destas curiosas disciplinas fisio-mentais, denominadas yoga."

(Traité de musicologie comparée)

E Sir John Woodroffe, baseando-se em suas traduções de textos hindus, diz:

O nome natural de um ser é o som produzido pela ação concordante das forças móveis que o constituem. Por isto costuma se dizer que aquele que pronuncia mental ou fisicamente o nome natural de um ser dá a vida ao ser que leva este nome.

(Garland of Letters)

IX. Anthropos

A cosmologia geométrica que estudamos faz parte de uma doutrina mística da criação conhecida como "antropocósmica", uma doutrina que é fundamental na tradição esotérica da filosofia desde os tempos mais remotos, e que tem sido atualizada em nossa época por Rudolf Steiner, R.A. Schwaller de Lubicz e outros. O princípio básico desta teoria é que o homem não é um simples componente deste universo, mas sim o produto final recapitulador da evolução e a potencial semente original a partir da qual germinou o universo. Podemos utilizar a analogia da semente e da árvore: a árvore do universo é a realização do potencial da semente, que é o homem cósmico. Utilizamos aqui a palavra *homem* em relação à raiz sânscrita *manas*, que significa "mente", ou a consciência que pode refletir sobre si mesma.

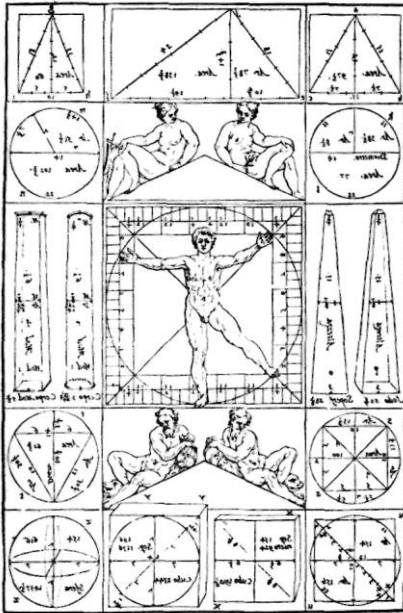
A mesma imagem de identidade entre a semente e a árvore, ou entre o homem cósmico e o homem transitório na árvore da evolução, aparece no livro do Gênesis. Para ampliá-la, utilizamos algumas idéias de *As Cifras do Gênesis*, do autor cabalista Cario Suarès, pondo-as em termos do pensamento antropocósmico.

No capítulo 1 do Gênesis, Adão é colocado no jardim com todos os animais e plantas já criados. Adão é a recapitulação ou etapa final do processo evolutivo. Isto coincide com o paradigma do homem como possuidor e recapitulador de toda a evolução que o precedeu.

No capítulo 2, Adão (concebido agora como a organização esquemática da totalidade do metabolismo cósmico) é o primeiro que nasce. Neste capítulo, que aparentemente contradiz o primeiro, Iavé-Deus cria todos os animais e os entrega a Adão e Adão é submetido à prova de ter que dar nomes a todos eles. Nesta prova, Adão reconhece cada espécie como um ramal de sua própria trajetória central. Pode dar-lhes nomes porque sabe que fazem parte dele. Adão é o tronco central da árvore evolutiva. As espécies animais são os ramos laterais, relativamente fixos e especializados, do agitado centro.

A aparente contradição entre os capítulos 1 e 2 do Gênesis encontra seu paralelo na embriologia contemporânea, que também nos proporciona duas teorias contraditórias quanto ao desenvolvimento humano: a teoria da "recapitulação" e a teoria da "neotenia". A primeira, que corresponde ao capítulo 1 do Gênesis, é a teoria de que os animais repetem a etapa adulta de seus ancestrais durante o crescimento embrionário e pós-natal. Portanto, o embrião humano passa por todas as grandes fases evolutivas que o precederam: não apenas mamífero, réptil, peixe e vegetal, mas também, nas primeiras etapas da divisão celular, a de todos os sólidos geométricos regulares. A neotenia, no entanto, defende um ponto de vista praticamente oposto, que corresponde ao capítulo 2 do Gênesis. Esta teoria se baseia no fato de que há mais de vinte características corporais importantes que são comuns ao homem e ao primata, mas no primata aparecem na etapa do embrião ou do jovem e portanto desaparecem ao crescer. Fisicamente, os humanos aparecem como primatas nascidos prematuramente, nos quais estes traços físicos foram detidos ou parados hormonalmente.

Ao nomear as diferentes espécies, Adão reconhece, ou melhor, recorda seu próprio passado embrionário (recapitulação). Mas também se reconhece a si próprio como a semente ardente, o modelo primeiro de todo o processo orgânico da vida universal (neotenia). Adão, neste momento da criação, pode declarar: "Não vejo nada que não seja eu; não vejo nada que seja do todo como eu." Assim, Adão passa a prova. Vai além de sua identificação com as sucessivas fases — mineral, vegetal e animal — da evolução e, ao mesmo tempo, se identifica com o mais alto poder na organização da energia cósmica, a geometria não manifesta da semente-idéia. Mediante sua identificação com sua natureza original universal, Adão está pronto para encarnar-se em Adão Cádmon, a encarnação do homem cósmico ou divino.



A idéia do homem cósmico é tomada pela ciência contemporânea no conceito de holograma, que demonstra que cada fragmento de um todo contém os componentes da estrutura global do todo. Ao mesmo tempo, enquanto pormenor parcial daquele todo, este pedaço se expressa como indivíduo. Na ciência antiga, a aplicação metafórica da noção de antropocosmos era a base da filosofia astrológica, e pode se encontrar também na alquimia, como busca da pedra filosofal - "esta parte em que se pode encontrar o todo". Neste desenho renascentista, o corpo do homem é posto em relação com as importantes proporções das formas geométricas universais e dos quocientes numéricos. Aqui, vemos a correlação entre $\sqrt{2}$ e o órgão procriador do homem.

A tradição védica transmite a mesma visão antropocósmica de um ponto de vista mais metafísico. Diz-nos que Deus criou o universo movido pelo desejo de ver-se e de adorar-se a si mesmo. O ser deste Deus inconcebível pode considerar-se como uma expansão omnisciente, omnicontinente, todo-poderoso, homogênea e infinita do espírito puro e sem forma. Seu desejo de ver-se a si mesmo criou (ou distinguiu de si mesmo) uma idéia de si mesmo, denominada no pensamento hindu a "real idéia". Esta divina percepção mental de si mesmo, a "palavra criadora" do pensamento judaico-cristão, *este acontecimento em si mesmo é o homem cósmico*. E este homem cósmico é o que o homem atual denomina o universo.

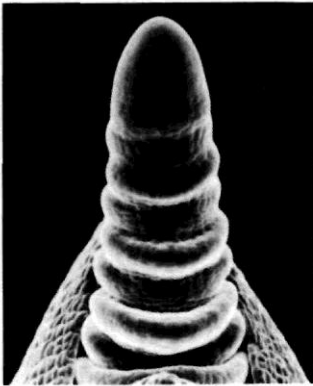
O universo criado é visto então como uma placenta nutricional através da qual esta divina idéia de si mesmo se encarna ou personifica: uma gênese que se envolve em matéria para tornar-se perceptível e venerável. Esta posição é a oposta a nosso pensamento ordinário. A humanidade não é vista como o filho ou o produto da Mãe Terra, mas a terra é que é uma qualidade essencial contida no caráter do homem cósmico.

A filosofia antropocósmica representa a evolução como um intercâmbio, uma inversão contínua entre o eterno homem cósmico e a humanidade em evolução. O ser universal involuciona até à densa forma-semente de si mesmo. Em princípio, isto está representado pelo reino mineral, a forma extrema da densificação inconsciente e fixa. Esta semente em involução provoca logo um movimento oposto de evolução. Segue-se então o reino vegetal, que se eleva em direção ao exterior; anima, libera e encarna as qualidades divinas que estavam encerradas ou envolvidas no mineral.

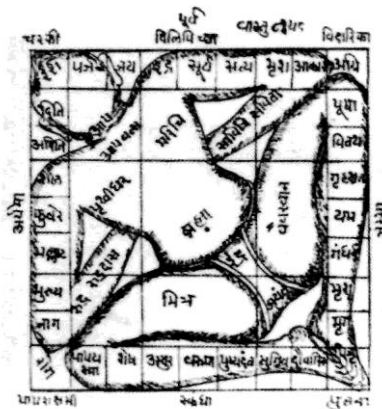
Estas qualidades divinas se manifestavam e clarificavam como princípios funcionais ou etapas de crescimento no reino vegetal — isto é, raiz, tronco, folha, flor, fruto, semente — que podemos interpretar como símbolos-analogias de todo o processo universal do futuro.

O reino animal aparece então como uma inversão do processo vegetal e podemos detectar aqui um ritmo de alternância entre a involução e a evolução que dá lugar à sucessão dos reinos. O animal volta a "involucionar" os princípios, atividade e funções vitais que a planta tinha "evolucionado" ou aberto, clarificado e sustentado. O animal consegue, através de sua involução, a faculdade de mobilidade individual que necessariamente precede à vontade individual. A involução pode ser considerada como a materialização do espírito, e a evolução como a espiritualização da matéria.

Rudolf Steiner propõe uma imagem efetiva deste processo observando que o homem em seu corpo animal não é na realidade outra coisa senão uma planta virada ao contrário. A função respiratória da planta é a folha. Esta função se realiza aberta ao sol, ao extremo externo do princípio da ramificação. No Homem, a função respiratória é o pulmão: suas ramificações estão no interior.



Estas fotografias tiradas em microscópio eletrônico revelam a semelhança morfológica entre os processos de floração ou formação da folha e os aspectos sexuais do desenvolvimento animal.



O mapa gnomônico de um templo hindu se sobrepõe ao diagrama de Purusha ou homem cósmico. Um antigo *sutra* da arquitetura hindu diz: "O universo está presente no templo por meio da proporção."

Prosseguindo a analogia, observamos que a flor, que é o órgão sexual da planta, cresce para cima e empurra a energia da planta para cima, para a luz, enquanto no homem e nos animais, os órgãos sexuais estão dirigidos para baixo e empurram as energias do corpo para baixo. A planta se enraiza na terra; no homem, a função característica da raiz se encontra nas circunvoluções do cérebro, que se enraiza do céu do pensamento e das energias mentais. O processo mental é um processo de digestão, assimilação e transmutação que funciona numa frequência mais elevada do que a do processo intestinal e digestivo, embora os intestinos também formem circunvoluções. Desta forma, a sucessão dos reinos mineral, vegetal e animal no mundo físico se torna num símbolo do movimento constante de involução e evolução de um ser que se dividiu em qualidades complementares de espírito e da matéria.

Dentro da lógica desta visão da evolução, o propósito do homem físico é transformar esta encarnação involucionada e animal num corpo de luz, da mesma forma que o fez a evolução da planta com relação ao involucionado reino mineral. Através da visão do homem como cosmos, o *antropocosmos*, a geometria sagrada transforma-se num cosmograma que descreve o drama deste nascimento divino. E no transcurso de todas as épocas de edificação de templos, a arquitetura sagrada baseada nesta geometria foi um livro aberto que revelava este eterno drama.

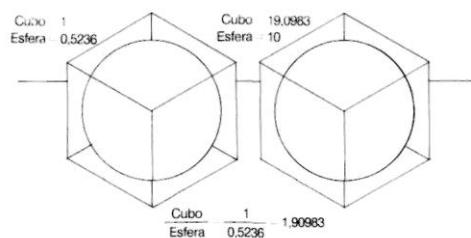
Na Índia, continua viva a *Vastupurushamandala*, a tradição do desenho dos templos baseada no homem cósmico. Também descobrimos que o modelo arquitetônico das grandes catedrais góticas era o Cristo-Homem universal na cruz da criação. No Egito, há um grande templo, cujo modelo é a figura humana. Trata-se do templo de Luxor, que reproduz o homem cósmico em sua arquitetura, bem como no desenho de seus baixo-relevos rituais, no processo do nascimento. O *sutra* arquitetônico hindu diz: "o universo está presente no templo por meio da proporção."

Em nossa época, há uma convergência entre a nova ciência biológica baseada na cibernética e na teoria da informação e a doutrina mística do antropocosmos. Apenas podemos nos encontrar com o universo em evolução que está ao nosso redor e dentro de nós através do instrumento sensorial que habitamos. Portanto, nossos cérebros e corpos dão necessariamente forma a todas as nossas percepções, e estas por sua vez foram formadas pelas mesmas energias visíveis e invisíveis que formaram tudo o que se pode perceber. Corpo, mente e universo devem formar uma identidade formativa e paralela. "Homem, conhece-te a ti mesmo", era o princípio da ciência antiga, como também começa a ser o princípio da ciência moderna. Citando o físico Robert Dicke:

"A ordem correta das idéias talvez não seja 'Eis aqui o universo: que será o homem?' mas sim, 'Eis aqui o homem: o que será o universo?'"

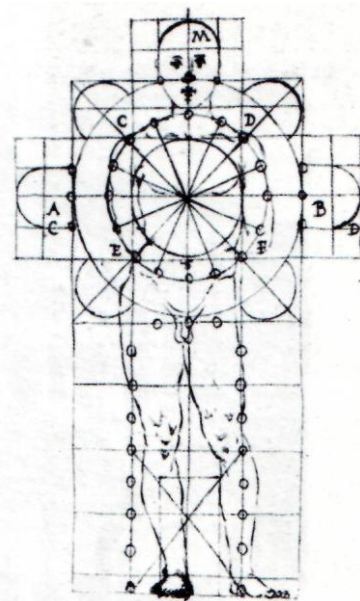
(Citado em *Gravitation*, Ch. W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler)

O corpo humano contém em suas proporções todas as medidas e funções geométricas e geodésicas importantes. O antigo *code* egípcio, que era uma medida proporcionada de espaço-tempo (1/1.000 da distância que percorre a terra em sua rotação à altura do equador num segundo de tempo), o pé, a braça, o antigo equivalente egípcio ao metro, todas estas medidas são proporcionais ao tamanho ou aos movimentos da Terra. A relação de ϕ é dada pelo umbigo. Nas proporções ideais do homem, o comprimento do braço em relação à altura total equivale à relação entre a corda e arco de um arco de 60° . A altura da parte superior do corpo (desde a articulação da cintura) tem a mesma relação com a altura total que o volume da esfera com o volume do cubo que a circunscreve (1 : 1,90983). Também a altura da parte superior do corpo está em relação com a altura do arco pubiano equivalente a $\pi/3 : 1$ ou 1,047 : 1. Assim, as proporções do homem ideal estão no centro de um círculo de relações cósmicas invariáveis.

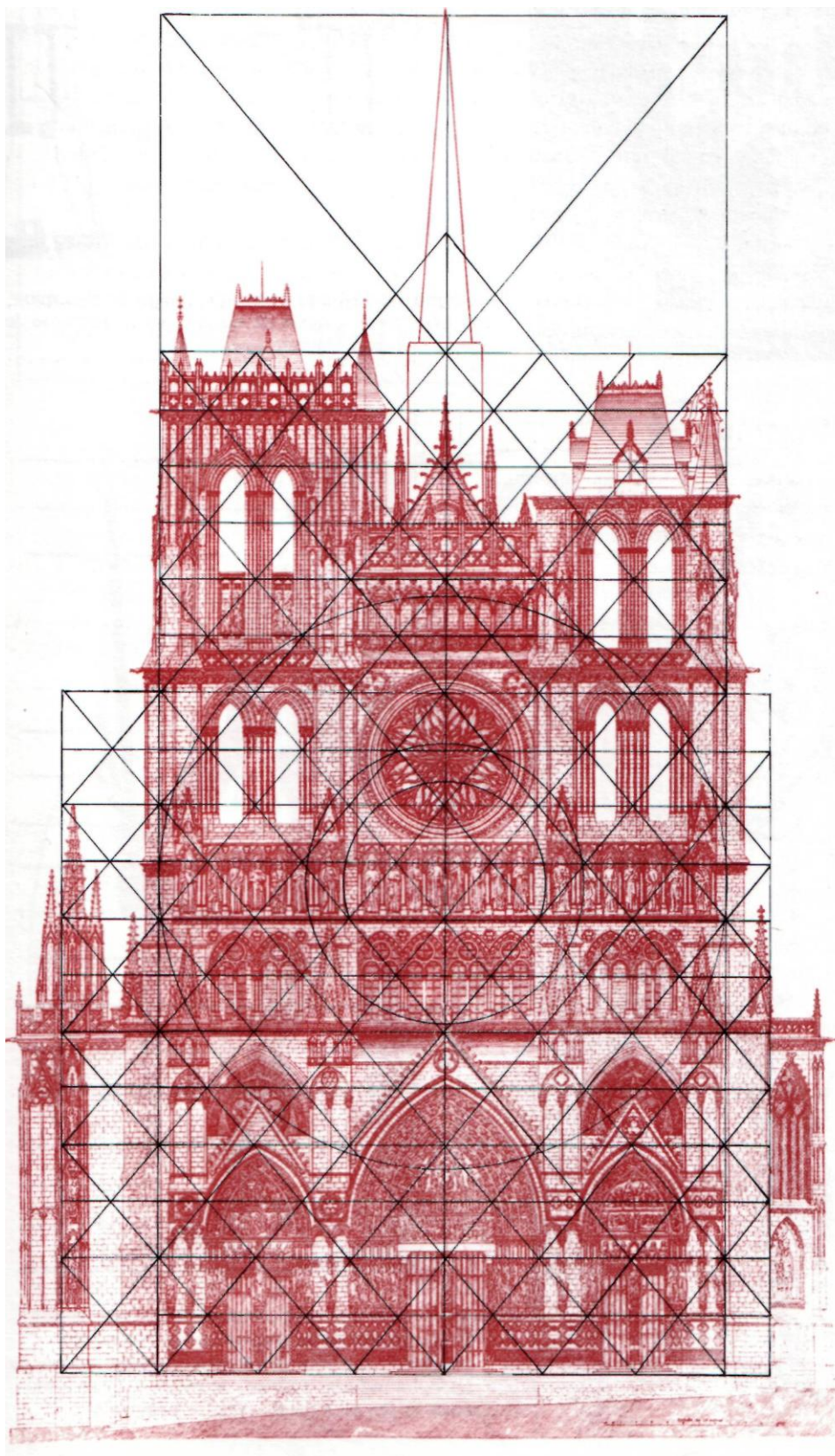


A relação entre o cubo e a esfera nele inscrita.

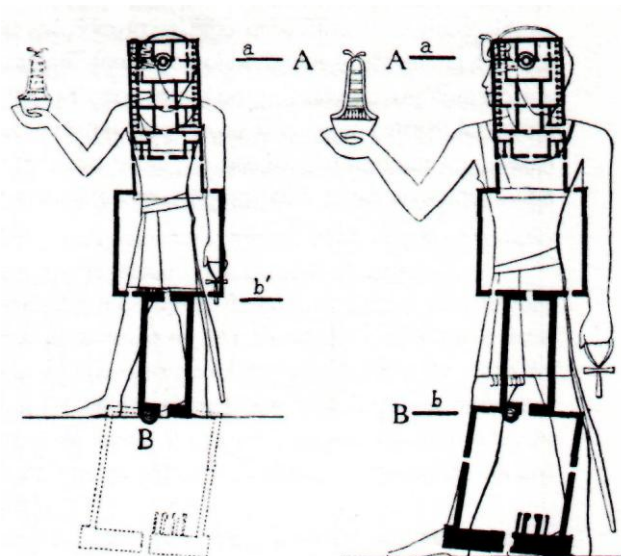
Mediante a identificação com as proporções universais essenciais expressas nesta forma humana ideal, o indivíduo pode contemplar o vínculo entre sua própria fisiologia e a cosmologia universal e, portanto, conceber uma relação com sua própria natureza universal. Neste conjunto de proporções universais, dentro do corpo do homem ideal, se baseia, em muitas civilizações, o cânone que rege a métrica do canto e da poesia, dos movimentos da dança e das proporções do artesanato, da arte e da arquitetura.



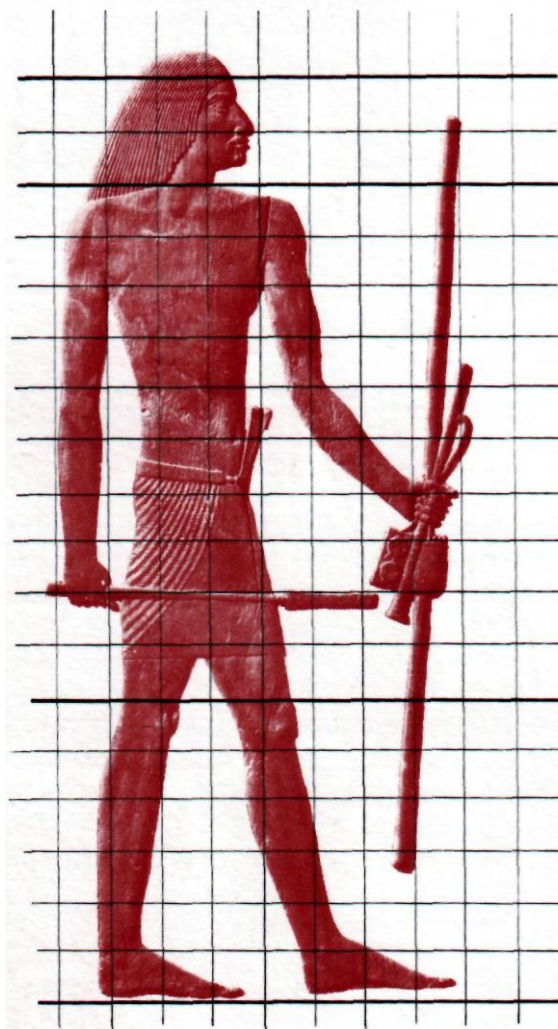
O homem e a cruz como premissas da planta de uma catedral. Segundo a filosofia da arquitetura do templo, este deve representar a imagem do homem paradigmático, o supremo arquétipo do qual emana tudo o que é natural.



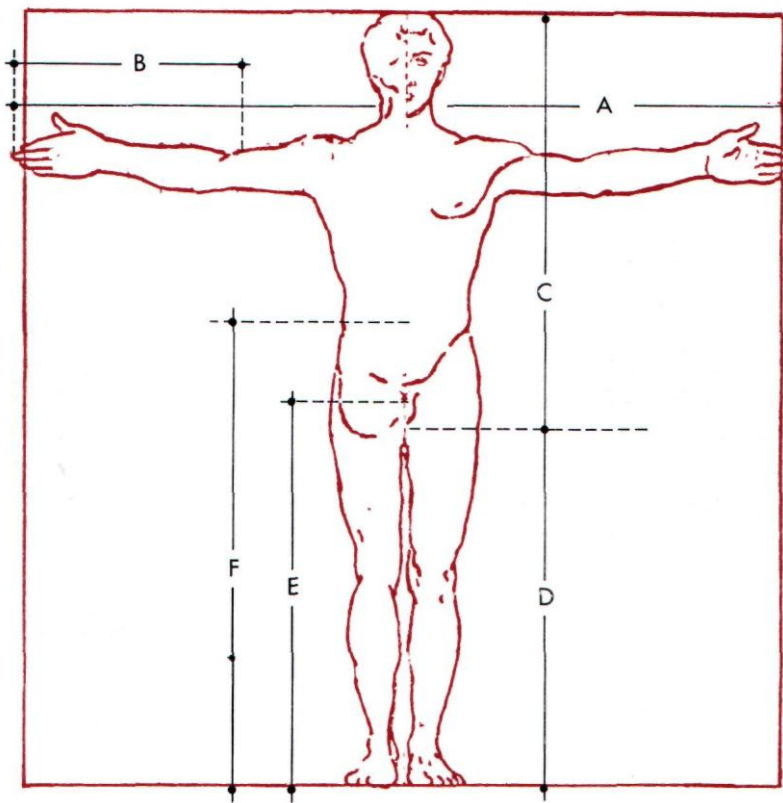
A catedral gótica de Amiens, uma simbolização do homem universal ou cósmico, do qual Cristo foi uma encarnação.



No Egito, o rei era a representação terrena do princípio antropocósmico, e serviu de modelo para a construção do templo de Luxor. (Veja-se a página 73).



Tanto no Renascimento, como na antiga arte egípcia, existia um cânone de proporções que servia para estabelecer as proporções do corpo humano. Ambos os exemplos utilizam o cânone de 18 (ou 9) quadrados, desde os pés até à fronte. (Veja-se a página 86).



As relações geométricas e geodésicas invariáveis se expressam na biométrica humana.

A = envergadura dos braços = a braça (quatro côvados)

B = o antebraço = o côvado

C = a parte superior do corpo

D = a parte inferior do corpo

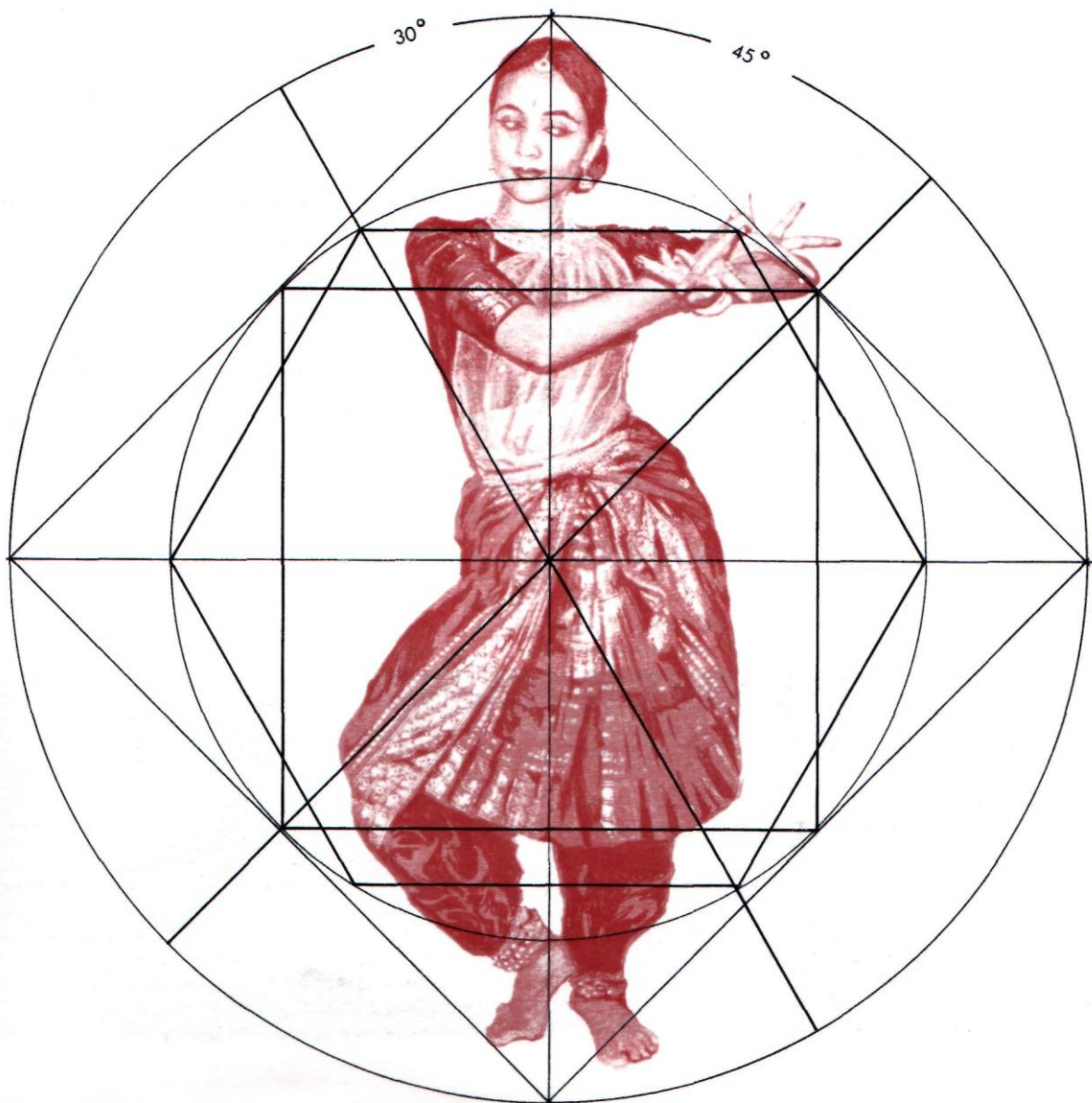
E = o arco pubiano

F = o umbigo ou divisão por ϕ

G = o hara ou divisão por $\sqrt{2} = 0,586$

Este centro vital se denomina "a vagem da semente" no sistema tântrico.

As posturas da dança clássica hindu (*Bharat Natyam*) descrevem relações angulares geométricas, desde o eixo do centro de gravidade do corpo, logo abaixo do umbigo. Estas posturas, ao mesmo tempo em que definem ângulos fundamentais, são frequentemente consideradas também como alusões a diferentes divindades, e são destinadas a transmitir seus poderes característicos.



X. Gênese dos volumes cósmicos

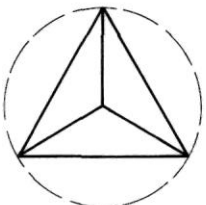
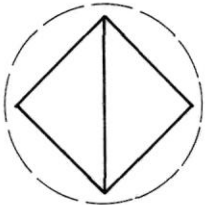
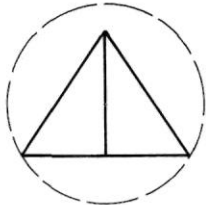
A perspectiva do *volume* oferece outra metáfora para o ato criador, original e contínuo da materialização do espírito e da criação da forma. O antiquíssimo mito da criação procedente de Heliópolis, no Egito, nos oferece um exemplo deste tipo de enfoque. Nun, o "oceano cósmico", representa o espírito-espaço puro, indiferenciado, sem limite nem forma. É prévio a qualquer extensão, especificidade ou deus. É pura potencialidade. Mediante a semente ou vontade do criador, que está implícita neste Nun, o espaço indiferenciado é impelido a contrair-se ou coagular-se num *volume*. Assim, Aton, o criador, cria-se primeiro a si mesmo ou se distingue de si mesmo, do indefinível Nun, adquirindo um volume, com o fim de poder iniciar a criação.

Que forma pode ter então este primeiro volume? Quais são realmente as formas volumétricas mais essenciais? Há cinco volumes que são considerados como os mais essenciais por ser os únicos que têm todas as suas arestas e todos os seus ângulos internos iguais. São o tetraedro, o octaedro, o cubo, o dodecaedro e o icosaedro; e são as expressões em volume do triângulo, do quadrado e do pentágono: 3, 4 e 5. Todos os demais volumes regulares são apenas troncos destes cinco. Estes cinco sólidos recebem o nome de "platônicos", porque presumimos que Platão tenha apresentado estas formas no *Timeo*, o diálogo em que esboça uma cosmologia mediante a metáfora da geometria plana e a dos sólidos. Neste diálogo, que é um dos mais profundamente "pitagóricos" de sua obra, estabelece que os quatro elementos básicos do mundo são a terra, o ar, o fogo e a água, e que estes elementos estão relacionados cada um deles com uma das figuras sólidas. A tradição associa o cubo com a terra, o tetraedro com o fogo, o octaedro com o ar e o icosaedro com a água. Platão menciona certa "quinta composição" utilizada pelo criador durante a formação do universo. Assim, o dodecaedro viria a estar associado a este quinto elemento, o éter (*prana*). Segundo Platão, o criador do universo criou a ordem a partir do caos primordial destes elementos por meio das formas e números essenciais. O ordenamento segundo número e forma num plano superior que culminou na disposição desejada dos cinco elementos no universo físico. As formas e números essenciais atuam então como interconexão entre o reino superior e o inferior. Têm em si mesmos, e através de sua analogia com os elementos, o poder de dar forma ao mundo material.

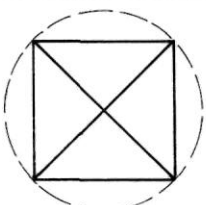
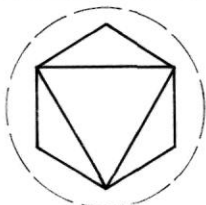
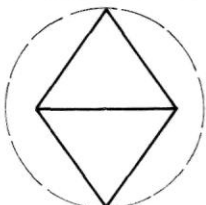
Conforme indica Gordon Plummer em seu livro *The Mathematics of the Cosmic Mind*, a tradição hindu associa o icosaedro ao *Purusha*, que é a semente-imagem de Brahma, o próprio criador supremo, e como tal, esta imagem é o mapa ou plano do universo. O *Purusha* é análogo ao homem cósmico, o antropocosmos da tradição esotérica ocidental. O icosaedro é a escolha óbvia desta primeira forma, pois todos os demais volumes surgem naturalmente dele.



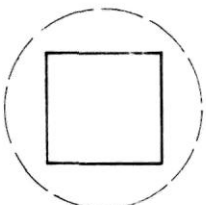
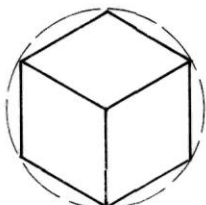
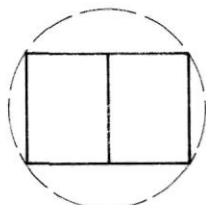
Tetraedro

			Arestas	Faces	Vértices	Comprimento
			6	4	4	$\sqrt{2}$

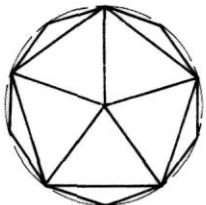
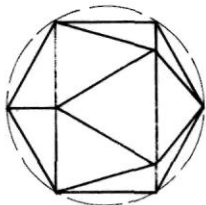
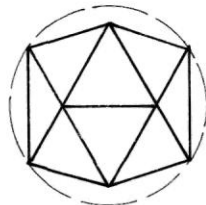
Octaedro

			12	8	6	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
---	---	---	----	---	---	----------------------

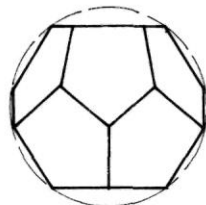
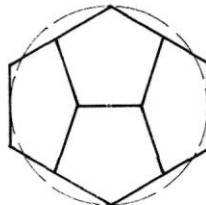
Cubo

			12	6	8	1
---	---	---	----	---	---	---

Icosaedro

			30	20	12	ϕ
---	---	---	----	----	----	--------

Dodecaedro

			30	12	20	$\frac{1}{\phi}$
---	---	---	----	----	----	------------------

Os cinco sólidos regulares "platônicos".

(Página anterior) Os cinco poliedros regulares ou sólidos platônicos eram conhecidos e utilizados muito antes da época de Platão. Keith Critchlow, em seu livro *Time Stands Still*, apresenta uma prova eloquente de que eram conhecidos pelos povos neolíticos da Grã-Bretanha pelo menos 1000 anos antes de Platão. Baseia-se na existência de certo número de pedras esféricas conservadas no Ashmolean Museum de Oxford. Pelo seu tamanho, cabem na mão; são talhadas numa versão esférica em formas geométricas exatas de cubo, tetraedro, octaedro, icosaedro e dodecaedro; há ainda vários outros sólidos compostos semi-regulares tais como o cubo-octaedro e o icosidodecaedro. Critchlow afirma: "O que temos são objetos que indicam claramente um grau de domínio das matemáticas que até à data qualquer arqueólogo ou historiador matemático tinha

negado ao homem neolítico." Formula conjecturas sobre a possível relação entre estes objetos e a construção dos grandes círculos de pedra astronômicos da mesma época da Grã-Bretanha: "O estudo dos céus é, afinal, uma atividade esférica, que requer uma compreensão das coordenadas esféricas. Se os habitantes neolíticos da Escócia construíram o *Maes Howe* antes de terem sido construídas as pirâmides pelos antigos egípcios, por que não teriam estudado as leis das coordenadas tridimensionais? Não será coincidência que Platão, com Ptolomeu, Kepler e Al-Kindi, tenha atribuído um significado cósmico a estas figuras?"

Por sua parte, Lucie Lamy traz no seu livro sobre o sistema de medidas egípcio a prova do conhecimento dos cinco sólidos por parte dos egípcios do Antigo Império.

Caderno de práticas 9

Os sólidos platônicos

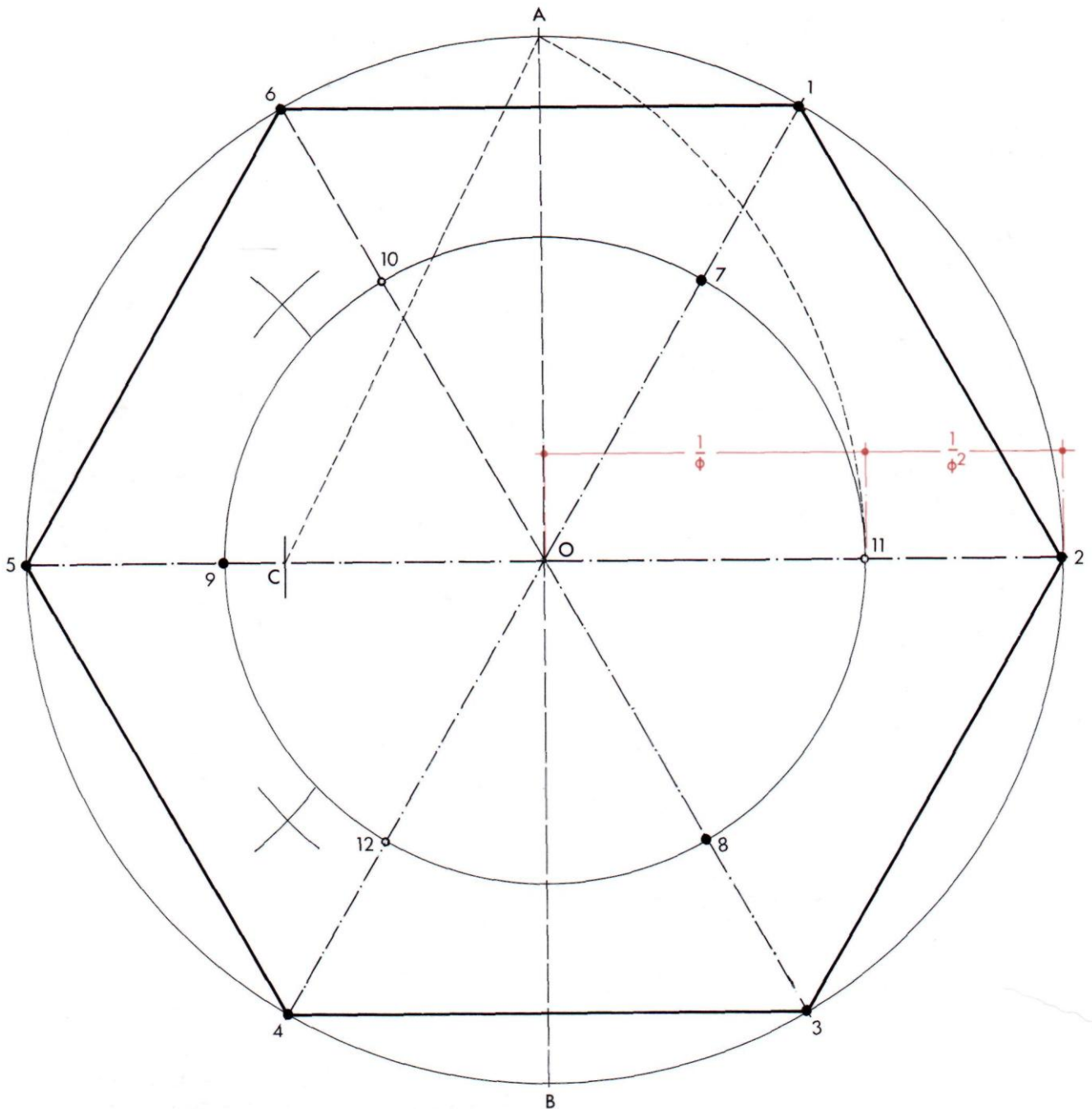


Figura 9.1. Geração simultânea dos sólidos platônicos no interior do Icosaedro. Traçar um círculo de raio OA e inscrever o hexágono (figura 2.5) de lado $OA = 1$. Traçar o diâmetro vertical AB . Marcar cada vértice do hexágono com os números 1 a 6, traçar as três diagonais 1-4, 2-5, 3-6. A partir do ponto médio C como centro e com raio CA , traçar um arco que intercepte o raio $O-2$ no ponto 11. A linha $CA = \sqrt{5}/2$ dividirá o raio $O-2$ na proporção $1/\phi$ e $1/\phi^2$. Traçar o círculo de raio $O-11$ e marcar seus pontos de interseção com os raios do hexágono, designando-os com os números 7 a 12.

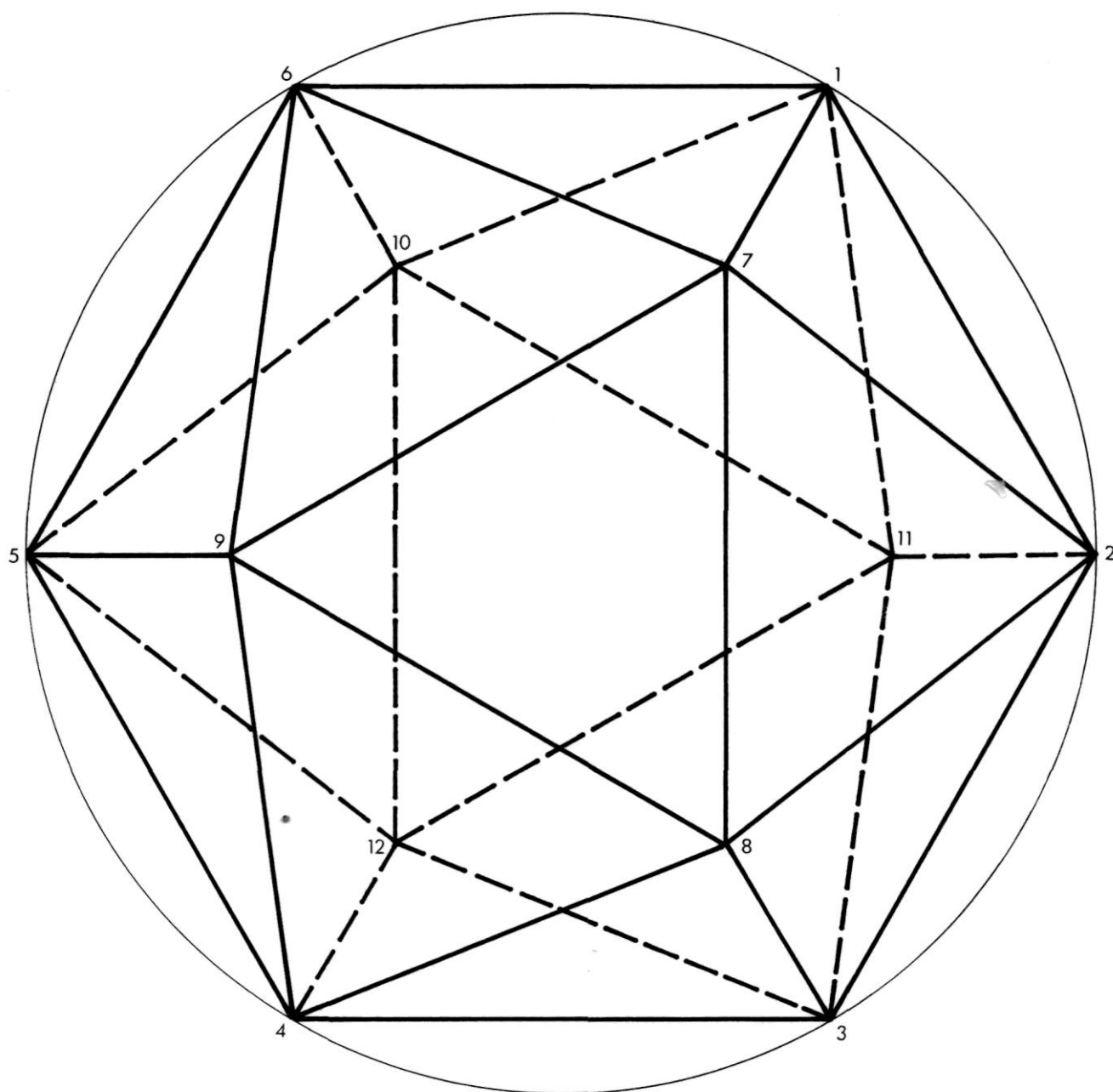
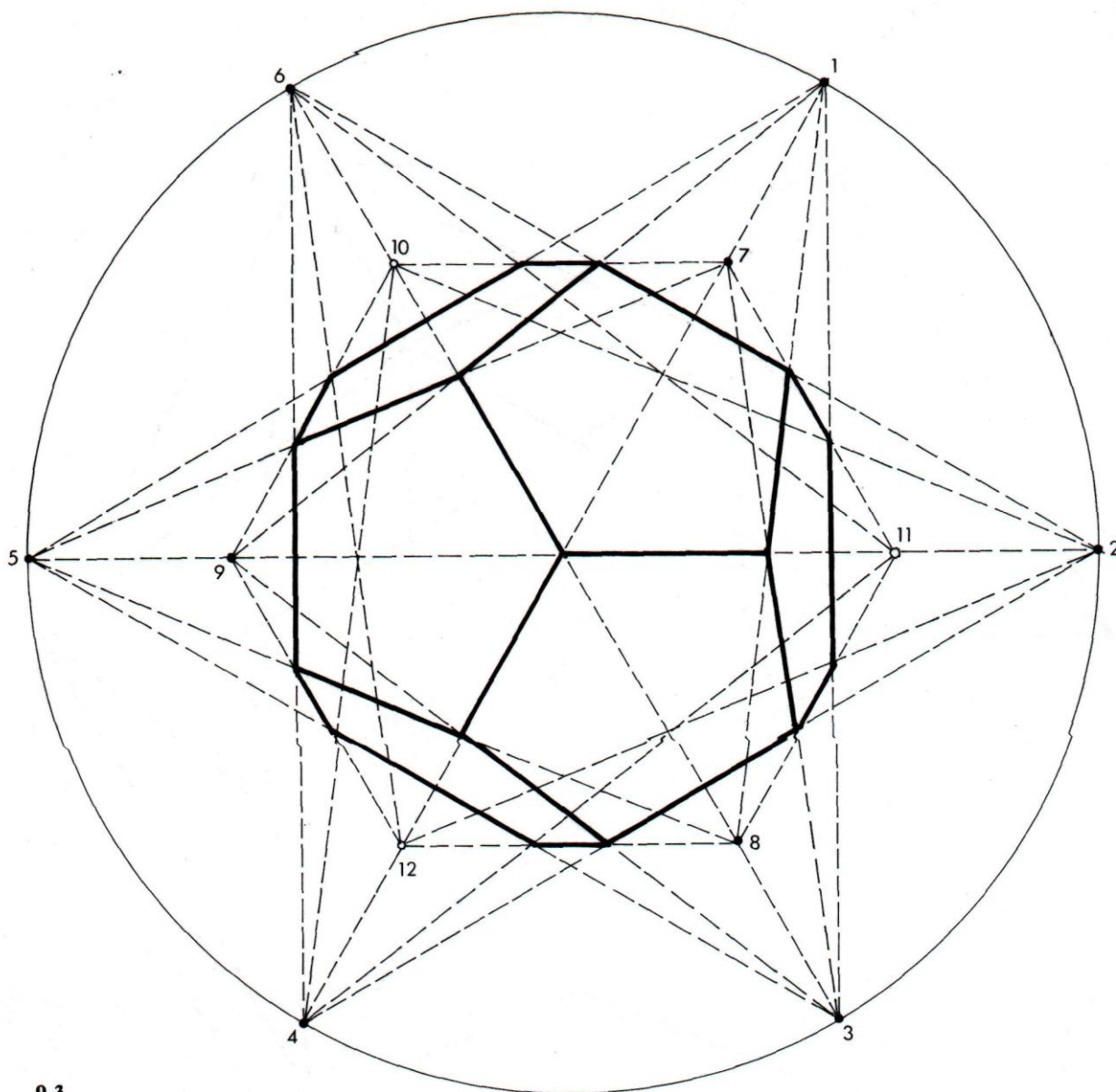


Figura 9.2 Os pontos 7, 8 e 9 formam uma das 20 faces do icosaedro. Esta face, como as outras 19, é um triângulo eqüilátero, mostrado aqui em sua proporção real, pois é paralelo ao plano do desenho. As faces 7,8,9; 7,8,; 8,9,4; 9,7,6 e 6,7,1; 1,7,2; 2,8,3; 3,8,4; 4,9,5 e 5,9,6 completam as 10 faces diretamente visíveis. Os pontos 10, 11, 12 indicam o outro plano visto em sua proporção real. Está situado diretamente do lado oposto a 7,8,9, mas oculto à vista, da mesma forma que os outros 8 planos indicados pelas linhas descontinúas.

Podemos ver que o icosaedro adquire forma através de ϕ , a "semente divina".



9.3

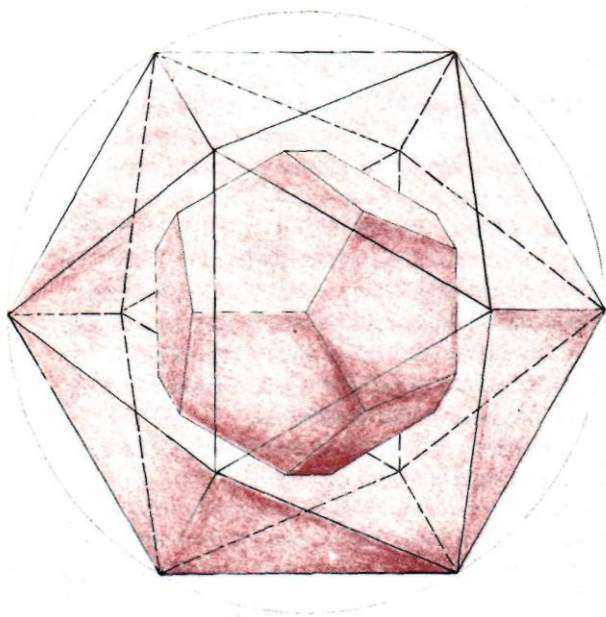
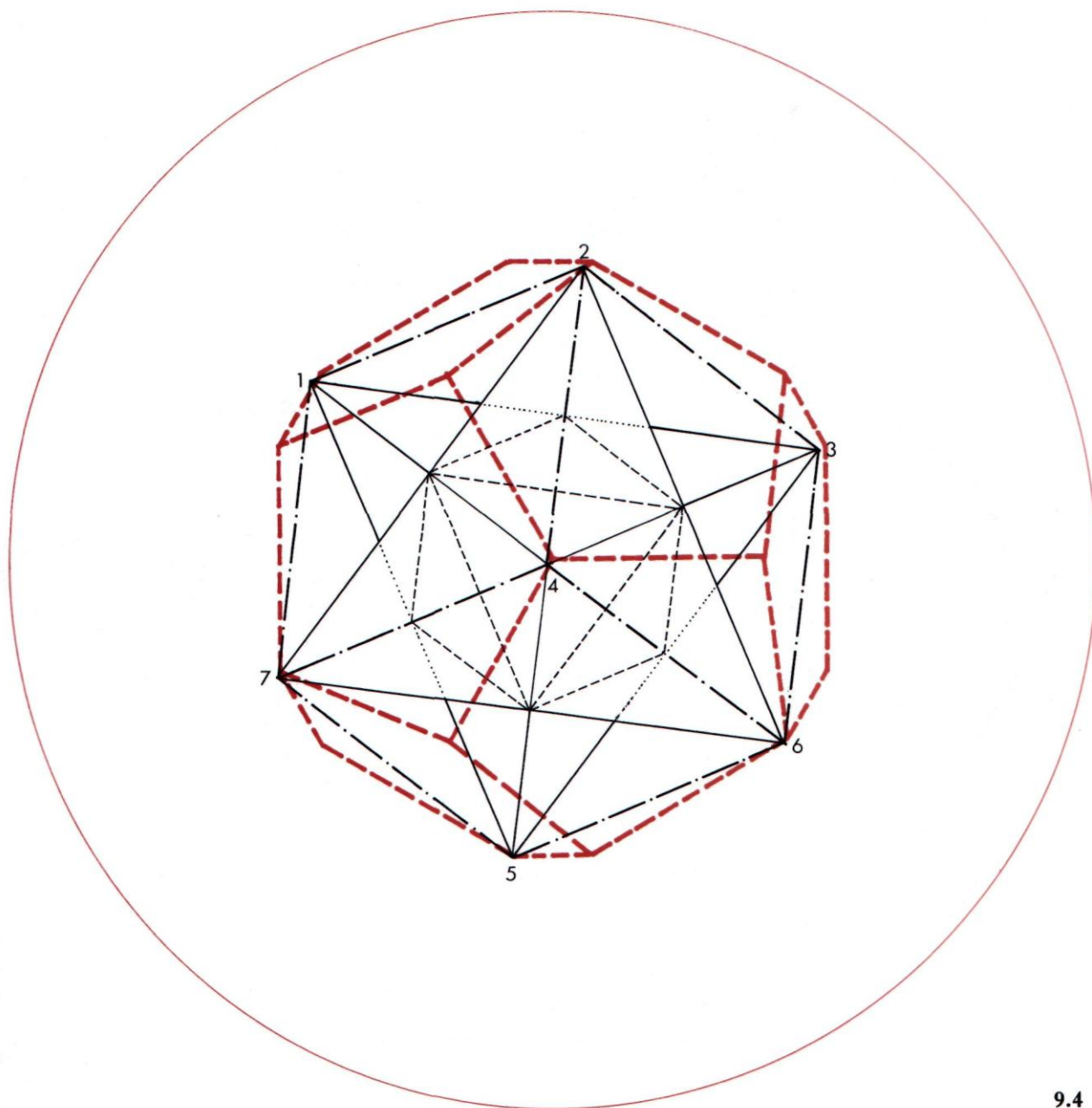


Figura 9.3 No interior de uma esfera de raio idêntico ao da figura anterior, indicar o icosaedro apenas mediante seus doze pontos. Traçar todas as conexões entre os 12 vértices, omitindo todas as linhas de diâmetro (as linhas que passam pelo centro da esfera). Veremos que a partir de cada ponto um máximo de 5 "raios" podem conectar com os pontos opostos.

Por exemplo, do ponto 4, traçar os segmentos 4-10, 4-6, 4-7, 4-2 e 4-11. (De fato estes 5 pontos opostos definirão um plano pentagonal exato: 10-6-7-2-11, centrado sobre o diâmetro que passa pelo ponto 4). Repetir com os pontos 5, 6, 1, 2 e 3, valendo-se da referência da figura 9.2. A partir do ponto 8, traçar os "raios" 8-12, 8-5, 8-6, 8-1 e 8-11. Repetir com os pontos 9, 7, 11, 12 e 10.

Toda esta série de "raios" se cruzarão por grupos de 3 raios em 20 pontos de interseção. Estes 20 pontos são os vértices que definem um dodecaedro "suspenso" no interior do icosaedro, que é maior. Das doze faces, mostram-se as seis 9visíveis, para maior clareza.

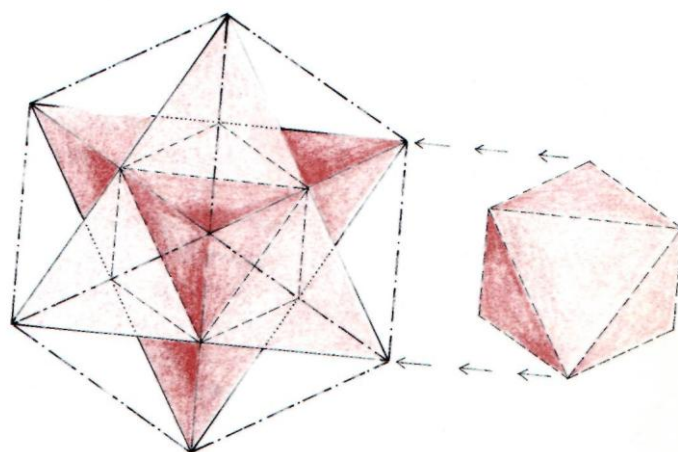


9.4

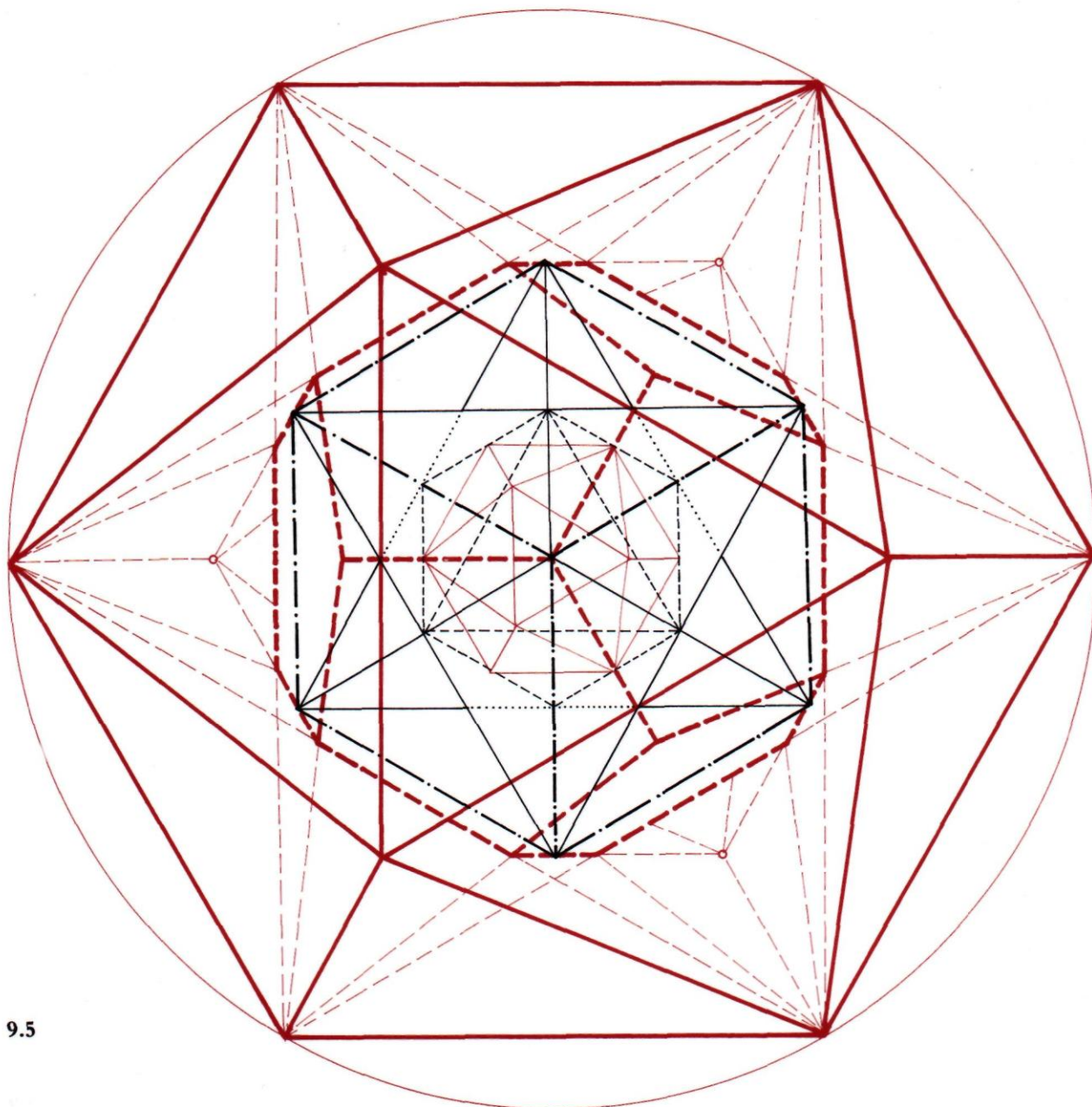
A geração do dodecaedro se dá espontaneamente, como resultado do cruzamento natural de todos os raios internos do icosaedro. Estas duas figuras são o inversa uma da outra: ambas são compostas de 30 arestas, mas enquanto o icosaedro tem 20 faces e 12 vértices, o dodecaedro tem 12 faces e 20 vértices.

Figuras 9.4 e 9.5. O traçado do dodecaedro dá origem automaticamente ao cubo, definidos pelos 8 vértices do dodecaedro, coincidindo suas arestas com uma diagonal de cada face. São visíveis a face superior 1,2,3,4 e duas faces laterais: 3,4,5,6 e 1,4,5,7. As diagonais das faces deste cubo formam um tetraedro entrelaçado ou em forma de estrela. O tetraedro estrelado consiste em dois tetraedros com as pontas em direções opostas e entrelaçados entre si.

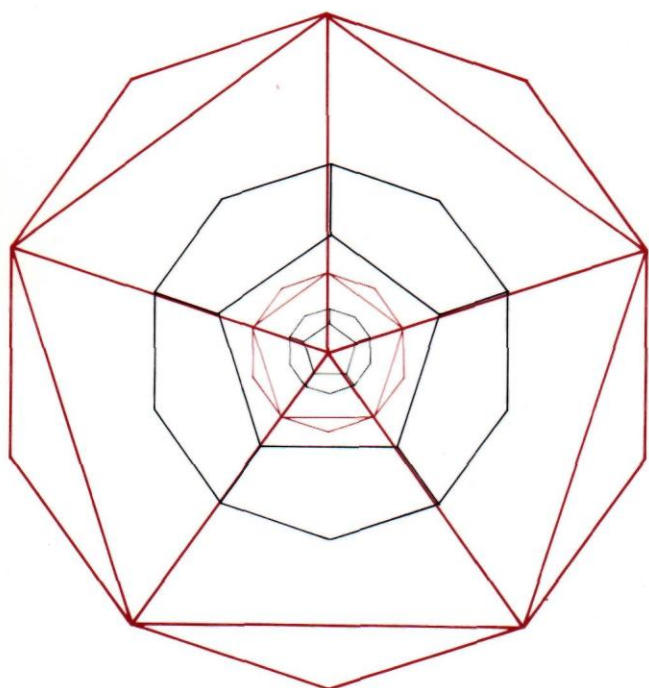
O volume compreendido no interior dos dois tetraedros entrelaçados define um octaedro, completando-se assim o grupo composto pelos poliedros regulares.



Aqui se mostra como o cubo contém perfeitamente o tetraedro estrelado. Tanto o octaedro, como o cubo, o tetraedro estrelado e o icosaedro, aparecem na perspectiva bidimensional como um hexágono. Apenas o dodecaedro não está contido na silhueta do hexágono.



9.5



Não só a projeção dos raios internos do icosaedro forma as arestas do dodecaedro, como também os raios projetados do dodecaedro, por sua vez, produzem as arestas do icosaedro. Esta projeção alternada de uma forma para outra é indicada aqui apenas graficamente, mas é geometricamente um fato.

Repassemos agora teoricamente o que acabamos de experimentar geometricamente. Se unimos todos os vértices internos do icosaedro traçando três linhas a partir de cada um deles, e que conectem com as do lado oposto, e em seguida a partir dos dois vértices superiores traçamos quatro linhas até os opostos; e fazemos convergir estas linhas para o centro, com isto formamos as arestas de um dodecaedro (vejam-se as figuras 9.1 e 9.2). É uma geração que se dá por si mesma, mediante o cruzamento dos raios internos do icosaedro. Uma vez que tenhamos estabelecido o dodecaedro, podemos, unindo simplesmente seis de seus pontos e o centro, formar um cubo. Utilizando simplesmente as diagonais do cubo, podemos formar o tetraedro estrelado ou tetraedros entrelaçados. As intersecções do tetraedro estrelado com o cubo nos dão os pontos exatos para formar um octaedro inscrito

nele. Em seguida, no interior do octaedro, voltando a utilizar as linhas formadas pelos raios internos do icosaedro, junto com os pontos do octaedro, aparece um segundo icosaedro. Percorremos o ciclo completo, passando por cinco etapas, semente a semente. Trata-se portanto de uma progressão infinita.

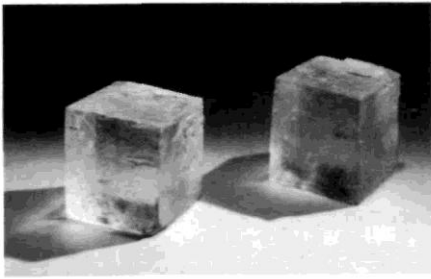
Dando ao cubo a dimensão 1, então o lado do icosaedro exterior será igual a "phi" e o comprimento dos lados do dodecaedro será $1/\phi$. Os tetraedros entrelaçados terão um lado de $\sqrt{2}$. O octaedro terá o lado de $1/\sqrt{2}$, e o lado do segundo icosaedro interior, menor, será de $1/\phi^2$: uma surpreendente constelação de harmonias. O Pai (Purusha) foi concebido da mesma maneira.

A única chave explicativa necessária para iniciar esta figura é o método para encontrar os vértices do primeiro icosaedro. Isto nos dá o raio de um círculo e sua divisão por ϕ .

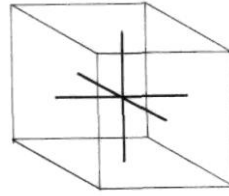
Os hindus consideravam Purusha como o imanifesto e intocado pela criação, da mesma forma que na figura o icosaedro é intocado pelas demais formas. O dodecaedro se considerava, por sua vez, como Prakriti, o poder feminino da criação e a manifestação, a Mãe Universal, a quinta-essência do universo natural. Este dodecaedro toca todas as formas da criação desde o interior de seu silencioso e contemplativo companheiro. Os tetraedros entrelaçados eram considerados como o *yin* e o *yang*, pois o tetraedro é o volume da trindade e, portanto, é um símbolo primário de uma função acompanhada pela sua recíproca. O resultado desta interação harmônica de opostos confere ao cubo, símbolo da existência material, os quatro estados da matéria, a terra, o ar, o fogo e a água. Tanto o cubo como os tetraedros entrelaçados tocam o dodecaedro. No coração deste tetraedro está o octaedro, e como o cubo é uma formação de suas extremidades, o octaedro simboliza a cristalização, a perfeição estática da matéria. É o diamante, o coração do sólido cósmico, a lente transformada e clarificada da luz, a dupla pirâmide. A progressão externa, que se estende em direção a domínios mais e mais vastos, define a mesma progressão, a mesma gênese: o icosaedro, o Purusha, que gera o dodecaedro, o Prakriti, e dentro do Prakriti, todo o jogo da existência manifesta. Toda esta coagulação se inicia com a semente segregada que contrai o círculo, o infinito, o espírito indiferenciado, para formar o icosaedro. A semente é "phi", o fogo do espírito.

Os princípios transcendentais, o icosaedro e o dodecaedro, Purusha e Prakriti, a dualidade primária, têm ambos proporções "phi". Mas quando alcançamos o nível do mundo natural das dualidades opostas, o *yin* e o *yang*, e o cubo da matéria e sua cristalização no octaedro, é a raiz quadrada de 2 que entra em ação. A raiz quadrada de 2 é o meio através do qual 0 atua na natureza. E do octaedro, o estado purificado da matéria, sua cristalização na gema mineral, renasce o icosaedro com sua dimensão "phi", $1/\phi^2$. Esta proporção $1/\phi^2 = 0,382...$ é a função geométrica associada com Cristo (veja-se página 63). Sendo um quadrado, representa uma forma manifestada, o Filho; e sendo o lado do icosaedro interior, é a encarnação ou a imagem exata do icosaedro inicial gerador, o Pai, Purusha, o antropocosmos.

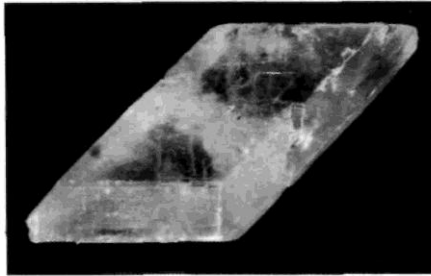
Comentário ao Caderno de práticas 9



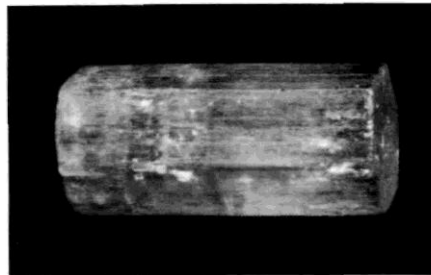
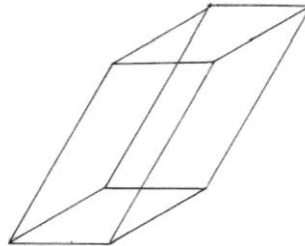
Dois cubos de sal-gema.



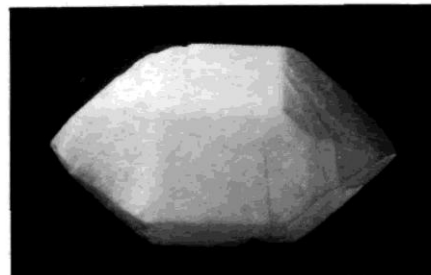
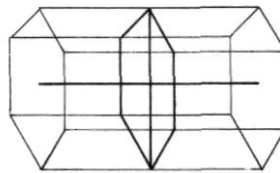
O mundo mineral expressa volumes geométricos puros com grande clareza, mas é importante recordar que estes sólidos não existem na natureza. Em sua forma perfeita, apenas existem no plano metafísico, enquanto concepção pura e criativa, e apenas podem ser representados, para serem captados pela mente através da geometria.



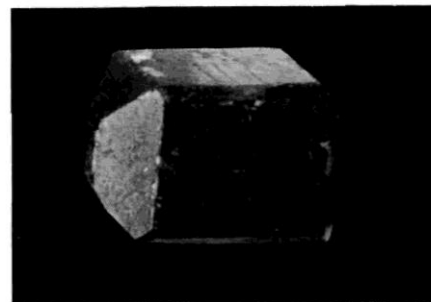
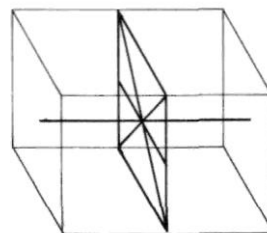
Sistema monoclíptico do gesso.



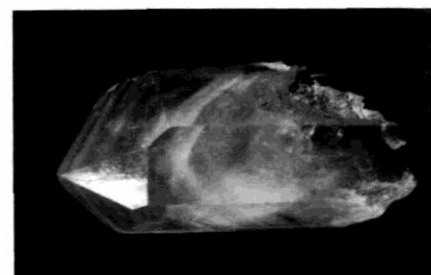
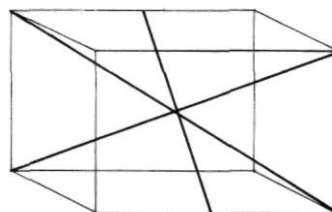
Sistema hexagonal do berilo.



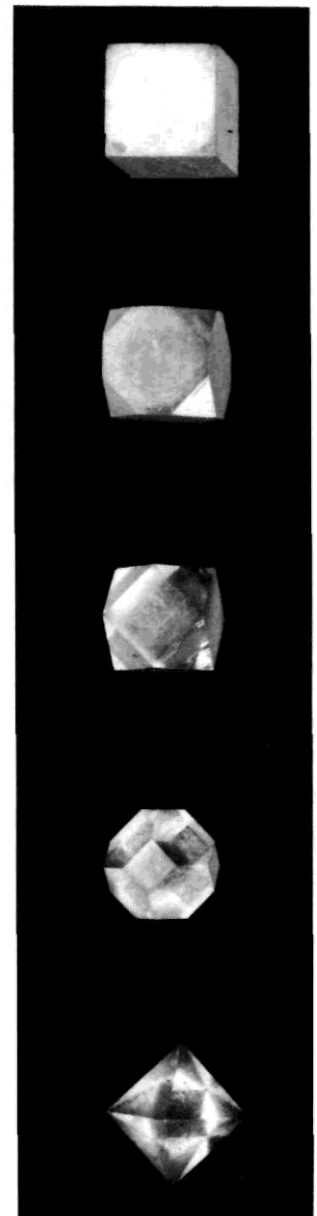
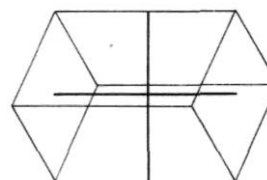
Sistema triagonal do quartzo.



Sistema tetragonal da idocrásio.

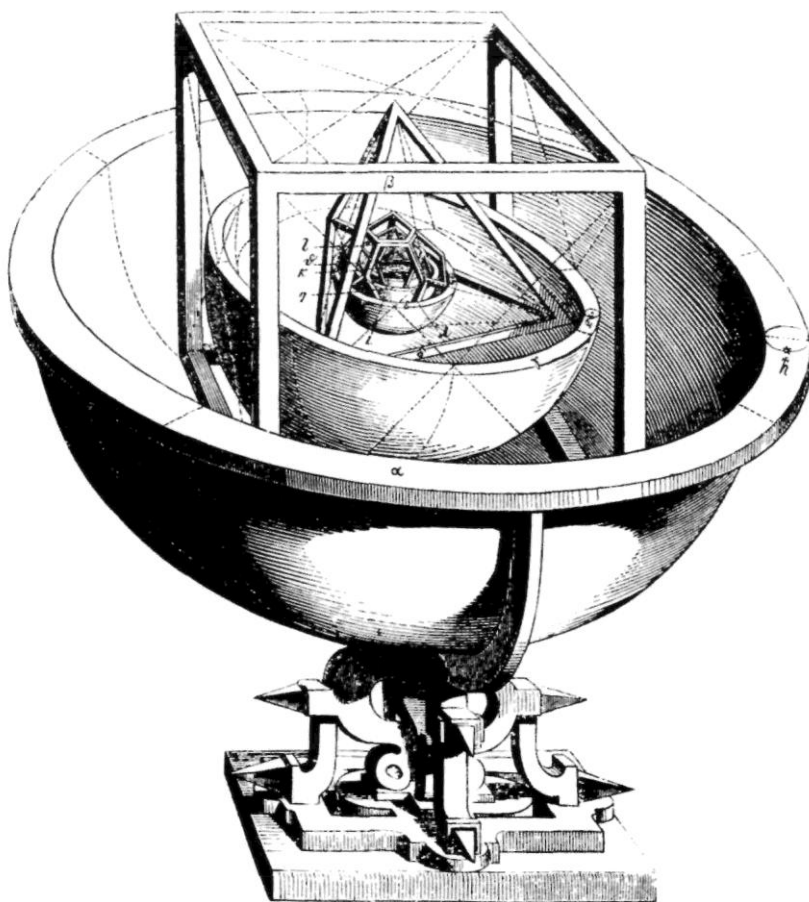


Clorita em quartzo.



Purusha e Prakriti formam a eterna dicotomia criadora na mitologia hindu. Purusha é o homem antropocósmico, paradigmático, ou semente que projeta Prakriti, o eterno encanto feminino, com o objetivo de fazer com que sua matriz conceba sua própria encarnação no mundo da forma.



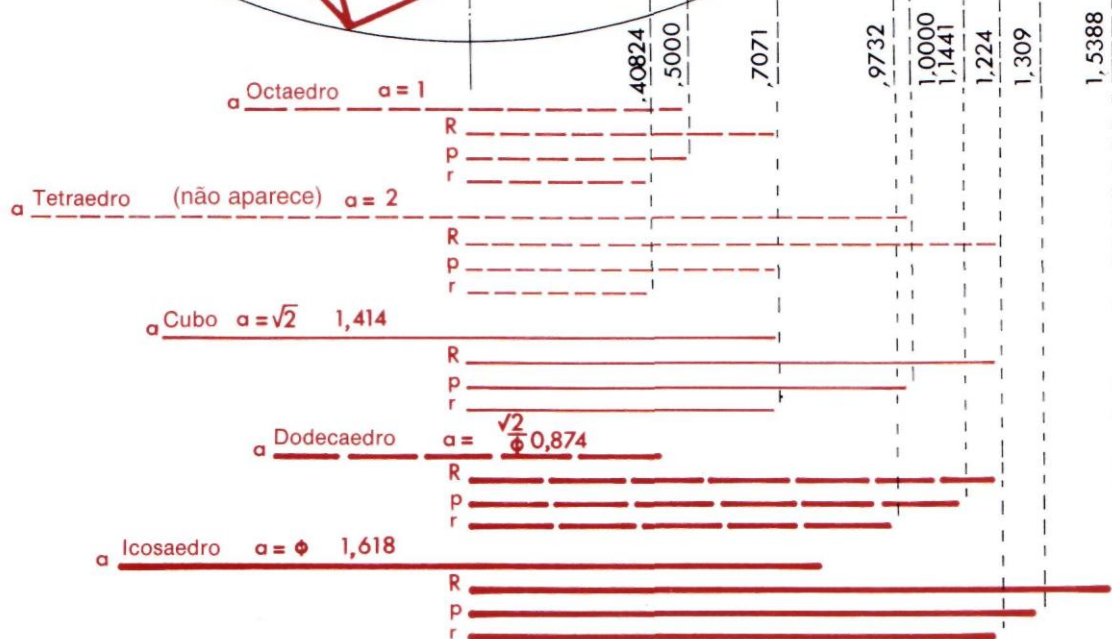


(Página seguinte) Nesta demonstração, os poliedros regulares são determinados por nove círculos concêntricos cuja disposição proporciona toda a informação necessária para a construção destas formas. Cada volume está em relação harmônica simples com os demais, e são as mesmas funções transcendententes $\sqrt{2}$, $\sqrt{\phi}$ e ϕ , as que compõem este modelo de relações. Da mesma forma que na figura anterior, todos os volumes aparecem simultaneamente. Mas neste caso, se um dos círculos concêntricos for suprimido, então o esquema não pode produzir os demais volumes. Esta é uma imagem da grande idéia budista sobre a origem interdependente dos princípios arquetípicos da criação.

A versão de Kepler do sistema solar consistia em sólidos platônicos uns dentro dos outros, relacionando os raios das esferas concêntricas que intervinham com as órbitas dos planetas.

Estes volumes-forma simbólicos reconstituem simbolicamente nossa história cósmica, e representam perfeitamente os grandes movimentos cujos significados transmitem. O jogo consiste na constante troca entre o icosaedro como o masculino Purusha, e o dodecaedro, como o feminino Prakriti. O icosaedro é uma estrutura de 12 vértices e 20 faces. E uma estrutura de triângulos, sendo o 3 o número "masculino", dinâmico. O andrógino dodecaedro, enquanto doador de vida, tem 12 faces e 20 vértices e é uma estrutura baseada no 5, o número da vida (3 masculino mais 2 feminino). A estrela nascida no interior de seu pentágono é a configuração do homem cósmico, o aperfeiçoador da vida, a proporção áurea.

Estes mesmos cinco volumes regulares se desenhavam classicamente de forma que estejam contidos no interior de nove círculos concêntricos, tocando cada sólido a esfera que circunscreve o seguinte sólido nele inscrito. Este desenho produzirá muitas relações importantes e provém da disciplina denominada *corpo transparente*, que consiste em contemplar as formas, construídas em material transparente, colocadas umas dentro de outras. Esta instrução foi transmitida a muitos dos grandes homens do Renascimento, entre eles, Leonardo, Brunelleschi e Fiorgi, pelo frei Luca Paccioli.



Frei Luca Paccioli, o grande mestre renascentista da geometria sagrada. A concentração do estudante sobre os sólidos transparentes era uma disciplina que ajudava a ver as realidades metafísicas para além de toda a aparência.



Existe a teoria de que na metafísica hindu, cada um dos corpos era o símbolo de uma das capas invisíveis e sutis que — segundo se acreditava — envolviam o corpo físico do homem e atuavam sobre ele. A tradição associa:

Individualizadora

{

- o pequeno icosaedro central com a perfeição final do corpo em sua manifestação física;
- o octaedro com o corpo físico ou nutricional (sede da mente instintiva);
- o tetraedro com o corpo etéreo ou energético (sede da faculdade mental intuitiva);

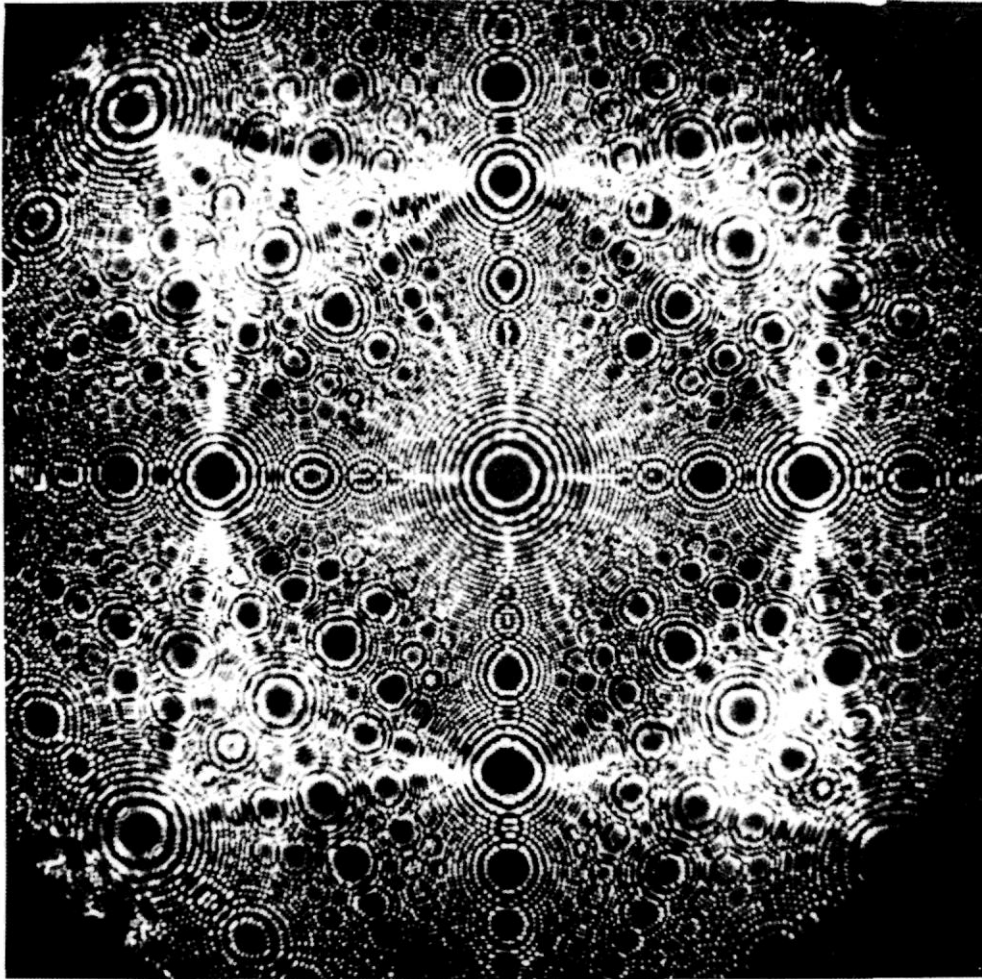
Transpessoal

{

- o cubo com o corpo-mente da "razão pura";
- o dodecaedro com o corpo conhecimento (sede do inato conhecimento por identidade);
- o icosaedro com o corpo êxtase (o da união meditativa).

Como conclusão, podemos nos perguntar como a prática da geometria sagrada nos ajuda a confrontar questões profundas da existência: Qual é a natureza do espírito? Qual é a natureza da mente? Qual é a natureza do corpo?

Minha prática individual da geometria me dá a resposta: o corpo é a expressão mais densa da mente; a mente consiste em todas as extensões sutis do corpo; e sob a totalidade deste mundo, desde o mais denso, até ao mais sutil, subjaz uma substância. Esta substância é o espírito, que foi cativado pela beleza da geometria.



Estas fotos da refração são a visualização mais aproximada que a ciência pode dar sobre a natureza da substância atômica, que aparece como esquemas de luz-energia em forma geométrica.

Bibliografía

- actas de Juan, Las, Apócrifo del Nuevo Testamento. Aurohindo, Sri, *La Vida Divina*, Centenary Edition, vols. IX, 19, Pondicherry, India, Sri Aurobindo Ashram Trust, 1970.
- Beckmann, Petr, *Historia de Pi*, Nueva York, St Martin's Press, 1971. Boyer, Carl B., «El cero: el símbolo, el concepto, el número». *National Mathematics Magazine*. Brunés, Tons, *Los secretos de la antigua geometría, y su utilización*, 2 vols., Copenhagen, Rhodos, 1967. Charpentier, Louis, *Misterios de la Catedral de Chartres*. Colman, Samuel, N. A. *Unidad armónica de la naturaleza*, Nueva York, Putnam's, 1912. Critchlow, Keith, *Islami- Patterns*, Londres, Thames & Hudson, Nueva York, Schocken, 1976. —, *Order in Space*, Londres, Thames & Hudson, 1969, Nueva York, Viking, 1970. —, *Time Stands Still*, Londres, Gordon Fraser, 1979, Forest Grove (Ore.), International Scholarly Book Service, 1980. Daniélou, Alain, *Traité de musicologie comparée*, Paris, 1959. —, *Politeísmo hindu*. Danzig, Tobias, *Number, the Language of Science*, Nueva York, The Free Press, 1967. De Nicolás, Antonio, *Avatara*, Nueva York, Nicolas Hays, 1976. Fabre d'Olivet, Antoine, *La Musique expliquée comme science et comme art*, Collection Delphica, Lausanne, Age d'Homme, 1972. Fournier des Corats, D., *La Proportion égyptienne et les rapports de divine harmonie*, Paris, Editions Vega, 1957. Ghyka, Matila, *Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts*, Paris, Gallimard, 1933.
- , *Geometría del arte y de la vida*. —, *Le Nombre d'or*, 3 vols., Paris, Gallimard, 1931. Gillings, Richard J., *Mathematics in the Time of the Pharaohs*, Cambridge (Mass.), Londres, MIT Press, 1972. Guénon, René, *Les Principes du calcul infinitésimal*, Paris, Gallimard, 1946. Hambidge, Jay, *The Elements of Dynamic Symmetry*, Nueva York, Dover, 1967. Heninger, S. K., Jr., *Touches of Sweet Harmony*, San Marino, California, Huntington Library, 1974. Jenny, Hans, *Cymatics I and II*, Basilea, Basilius Press, 1974. Kramrisch, Stella, *The Hindu Temple*, 2 vols., Delhi, Motilal Banarsidass Press, 1976. Levarie, Siegmund, y Ernst Levy, *Tone: A Study in Musical Acoustics*, Kent State University Press, 1968. McClain, Ernest, *The Myth of Invariance*, Nueva York, Nicolas Hays, 1976; Boulder (Col.), Londres, Shambhala, 1978. —, *The Pythagorean Plato: Prelude to the Song Itself*, Nueva York, Nicolas Hays, 1978. Menninger, Karl, *Number Words and Number Symbols*, Cambridge (Mass.), MIT Press, 1970, Londres, MIT Press, 1977. Michel, Paul Henri, *De Pythagore a Euclide: contribution a l'histoire des mathématiques pré-euclidiennes*, Paris, Belles Lettres, 1950. Michell, John, *City of Revelation*, Londres, Garnstone Press, 1972, Nueva York, Ballantine, 1977. Néroman, D., *Les Leçons de Platon*, Paris, Niclaus, 1943. Nicómaco de Gerasa, *Introduction to Arithmetic* (trad. Martin Luther D'Ooge), Nueva York, Macmillan, 1926, en Euclides, *The Thirteen Books of Euclids Elements*, Cambridge, Cambridge University Press, 1926.
- , (Nicomachus Gerasenus), *Manual de armónicos y otros textos relativos a la música*. Pauling, Linus and Hayward, Roger, *The Architecture of Molecules*, San Francisco, Londres, W.H. Freeman, 1964. Peet, Eric, *The Rhind Mathematical Papyrus*, Liverpool, Liverpool University Press, Londres, Hodder and Stoughton, 1923; Reston (Va.), National Council of Teachers of Mathematics, 1979. Platón, *Timeo*. Purce, Jill, *La espiral mística*, Londres, Thames & Hudson, 1974, Nueva York, Thames & Hudson, 1980. Schwaller de Lubicz, R. A., *Le Miracle égyptien*, Paris, Flammarion, 1963. —, *Le Roi de la théocratie pharaonique*. Paris, Flammarion, 1961. —, *El símbolo y lo simbólico. El templo del hombre*. Schwenk, Theodore, *Sensitive Chaos*, Londres, Rudolf Steiner Press, 1965, Nueva York, Schocken, 1978. Smith, D. E., *History of Mathematics*, 2 vols., Nueva York, Dover, 1958. Soares, Cario, *Las cifras del Génesis*. Teón de Esmirna, *Matemáticas útiles para entender a Platón*. Thompson, D'Arcy, *On Growth and Form*, Cambridge University Press, 1971. Toben, Bob, *Space, Time and Beyond*, Nueva York, Dutton, 1975. VandenBroeck, André, *Philosophical Geometry*, South Otselic, Nueva York, Sadhana Press, 1972. Vitruvio, *Diez libros de arquitectura*. Warusfel, André, *Les Nombres et leurs mystères*, Paris, Seuil, 1961. Young, Arthur, *The Geometry of Meaning*, Nueva York, Delacorte Press, 1976, Londres, Wildwood House, 1977.

Agradecimentos

4. Foto Lane Eastman Kodak Co.
4. Pintura sobre seda, Auroville, sul da Índia, século XX.
5. Radiografia de um linguado. Foto Dr. Wolf Strache.
5. Rosácea oeste com superposição de linhas, catedral de Chartes, França, por 1216. Foto Painton Cowen.
7. G. Riesch, *Margarita philosophica*, Basileia, 1583.
7. G. Riesch, *Margarita philosophica*, Friburgo, 1503.
7. F. Gaffurio, *Theoria musica*, Milão, 1492.
8. Photo Science Museum, Londres.
9. Aguada sobre tela, Nepal, 1700. John Dugger & David 43. Medalla, Londres.
10. Abadia de Silvane, França, século XII. Foto F. Walch, Paris.
11. *O Criador, Bible Moralisée* França, hacia 1250. Bodleian Library, Oxford.
13. Pintura a pincel por Sengai, Japão, 1830. Galeria Mitsui Art, Tokio.
14. Science Museum, Londres.
15. *Yoga e seus Símbolos*, tinta e aguada sobre papel, Rajastão, século XVIII. Ajit Mookerjee.
16. Cúpula de capela da Condestable, catedral de Burgos, Espanha, 1482-94. Foto Mas.
16. Mandala tanka, Tibet, 1800. John Dugger & David Medalla, Londres.
17. Roda da Lei, estátua de bronze de Yakushi, Japão, século VII. Foto Toshio Watanabe. 17. *Johann Neudorfer e filho* (detalle), pintura de Nicolaas Neufchatel, 1561. Alte Pinakothek, Munique. Foto Blauel, Munique.
21. Desenho segundo Hans Keyser, *Lehrbueh del Harmonik*, Basileia, 1950.
22. Aguada é prata sobre papel, 60. Rajastão, século XVIII. Ajit Mookerjee. Foto Jeff Teasdale. 22. Símbolo egípcio da boca, detalhe de relevo em madeira que representa a Maat, a deusa da Verdade, da tumba de Seti I, Egito, XIX dinastia. Museu Arqueológico, Florença. Foto Alinari/Anderson.
22. Corda vibrante. Foto Science Museum, Londres. 24. O homem como o microcosmos dos quatro elementos, manuscrito astronômico, Prufening, Baviera, finais do século XII. Österreichische Nationalbibliothek, Viena. 29. Desenho do Partenom com sua análise geométrica, segundo Tons Brunés, *Seerets of Aneient Geometry*, 1967.
29. Azulejos decorativos do palácio Badi, Marrakech, Marrocos. Foto Roland Michaud.
29. Abelha com superposição de linhas geométricas, desenho segundo Samuel Colman, *Natures Harmonic Unit* 1912.
30. Foto Ewing Galloway (Aerofilms).
34. Relevo em mármore, Saint-Sernin, Toulouse, França, finais do século XI. Foto Jean Roubier.
35. Diagrama da capela de St Mary Glastonbury. Desenho de Keith Critchlow.
38. Evangelho Lindisfarne inglês, ano 700, British Library, Londres. 43. Três variedades de diatomeas, British Museum, Londres (História Natural).
43. Quatro plantas de edifícios do Renascimento: Brunelleschi, reconstrução teórica e planta de S. Maria degli Angeli, Florença; Serlio, do *Quinto livro de Arquitetura*; Barozzi da Vignola, planta do palácio Farnese, Caprarola; Bramante, planta de São Pedro de Roma.
53. S. Maria Novella, Florença. Foto Martin Hurlimann. Hermes (Medusa), mármore romano, réplica de um grego, século I a.C. Glyptothek, Munique.
54. Desenho da múmia de Sisou, muro este da capela da tumba de Petosiris, Egito, ano 300 a.C.
57. Foto F. Paturi.
58. *Asclepias Speciosa*, retirado de K. Blossfeldt e E. Weber, *Art Forms in Nature*, 1932.
59. *Homem de Vitruvius*, desenho de Leonardo da Vinci hacia 1490. Academia, Veneza. Foto Soprintendenza alle Gallerie di Venezia.
59. Canon da figura humana, desenho de Alberto Durero.
60. Vestíbulo central, Abidos, cara oeste segundo *The Cenotaph of Seti I at Abydos*, de H. Frankfort, vol. 11, 1933.
60. Sarcófago da tumba de Osiris em Abidos, Museu Arqueológico de Marselha.
63. National Gallery, Londres.
64. *Santíssima Trindade*, Lothian Bible, por 1220, Biblioteca Pierpont Morgan, Nova York (Ms. 791, f.4v).
66. Templo de Vishnavata, Khajuraho, Índia, século XI. Foto Ellen Smart.
66. Ilustração manuscrita sobre métodos de construção de templos, frente y costas de uma folha de palmeira, Índia.
66. Planta do templo de Vaikunthaperumal, Kanchipuram, Índia, século VIII. 71. «Briza Maxima», ampliação x 15, segundo K. Blossfeldt e E. Weber, *Art Forms in Nature*, 1932.
71. (margem) Desenho segundo Carl Sagan, *The Dragons of Eden*, 1977.
72. Osiris entronizado, pintura de Lucie Lamy, século XX.
73. Desenho segundo RA. Schwaller de Lubicz, *El templo del homóre*, 111, 1957.
76. Foto e desenho de um capitei de pedra talhada da catedral de Le Puy, França. 79. Foto Al Araby Magazine. 83. F. Giorgi, *De harmonia mundi*, 1525. 86. G Valia, *De expetendis et fugiendis rebus opus*, 1519.
86. A. Durero, *Vier Bucher von mensehlicher Proportion*, 1528.
87. (acima, esq.) Foto Hans P. Widmer.
87. (abaixo, esq.) Ajit Mookerjee.
87. (direita) Foto J. C. Stuten.
89. Relevo em pedra caliza da tumba de Paatenemheb, Saqqara, Egito, por 1330 a.C. Rijksmuseum van Oudheden, Leiden.
91. *El hombre procreator*, segundo V Scamozzi, *L'idea del'arehittettura uni versale*, 1615.
92. Meristema apical de trigo de Arawa na sua última etapa vegetativa e antera da flor de orzaga. Fotos tomadas com microscópio eletrônico, de J. Troughton e L. A. Donaldson *Prohing Plant Structure*, 1972.
92. Ilustração manuscrita de um antigo manual de arquitetura, Índia.
93. Estudo das proporções que compara uma basílica com o corpo humano. Desenho a pluma de F. di Giorgio (1439-1501/2), Italia, Biblioteca Nazionale, Florença (Códice Magliabechiano).
93. Catedral de Amiens, gravado, século XIX. Foto Conway Library, Courtauld Institute of Art, Londres.
94. Templo de Luxor, Egito. Foto Hirmer.
94. Relação entre as proporções da planta do templo de Luxor, Egito y as da la figura humana. Desenho de R. A. Schwaller de Lubicz, *O templo do homem*, 1957. 94. *Sao Cristóval e Cristo menino*, desenho de D. Bramante (1446- 1516), Itália, Statens Museum for Kunst, Copenhagen. 94. O escriba real de Hesire, relevo em madeira da tumba de Hesire, Saqqara, Egito, 111 dinastia, Museo Egípcio, El Cairo. 96. Série completa dos "sólidos platônicos" neolíticos da Escocia. Foto Graham Challifour.

104. Sistemas de cristais. Fotos

. Museu Geológico, Londres.

105. Escultura em pedra de um templo
escavado numa cova, Badami

.
Village, Índia, século VI. Foto R.
Lannoy.

Harmonia do Universo, segundo
106 Kepler, *Mysterium Cosmographicum*,
1621.

Frei Luca Paccioli e seu aluno,
108 pintura de J. de Barbari (1440/50-
1516).

Museu Capodimonte, Nápoles. Foto
.Scala.

109. *Átamos dançantes*. Foto Dr. Frwin
Muller, Universidade do Estado de
Pennsilvania.

οὐτοεσίντο μύθη
αὐτῶν, τουτέστιν
μαύτων τῆς
αὐτοῦ:-

ρίον οὐροβόρος δράκων.
ἡ λήσας τῶν σω
ἐργασίας

αὐδὲ
αὐτῶν
οὐδὲ
τέ
ιδὲ
βου
σύνθε
αὐτοῦ:-

φώτα τῶν μύθων τῆς
ἐστὶ ταῦτα ἡ ἐξ ὧν θωσὶς:-
πράσινον αὐτοῦ ἐστὶν ἰωσὴς,
τὴν ἡσὶ φας αὐτοῦ:-
πόδες αὐτοῦ οἱ τέσσαρες αἰσὶν
σωμῆα τῆς τέχνης

τέχνης
του
ἡτε
τοῦ
μαύρου.

ὥτ' αὐτοῦ
θέλει καὶ οἱ ὅτι

ἀδελφὸν
αὐτοῦ τουτέστιν τὸ ὄφιν:-

ἡ δὲ τούτοις τὸν νοῦν ἔχον ὡφίλιον:-

δράκων τὴν παράκατα φύλα τῶν τῶν μαρὸν τούτον
τοῦ χρυσοῦ μινον· πρῶτον θύσσει καὶ ἀπὸ δερμα
τοσόν, καὶ λαβὼν τὰ σάρκα αὐτοῦ ἕως τῶν ὀστέων,
πρὸς τὸ σόμιον τοῦ μαρὸν ποίησον αὐτὸ βάσης
καὶ ἀνὰ βίθην καὶ εὐρίσσει ἐκὰς τὸ ζῆ τοῦ μινον χρή
μα· τὸν γὰρ ἱερεὺς τὸν χαλκόν μετέτεθι τοῦ
χρῶματος τῆς φύσεως καὶ γέγονεν ἀργυρᾶν ὅς·
ὅν μετ' ὀλίγαν οὐκ ἡμέρας ἐὰν θελήσῃς εὐρί
σσει αὐτόν καὶ χρυσαῖόν:-

ἀπὸ τῶν θῶν ἀπὸ πυρὸς λήσσει οὐρὴ ἀφ' ὅρου· ἢ τα
λαβὼν ἄλμιν δι' αἰγῆς ἕως ἡδὲ πλεύσει καὶ γί
νεσθαι ἀκαστον· δοκίμαζον καὶ ἐπέρων καὶ βλέπον

MITOS DEUSES MISTÉRIOS

